ЕВРАЗИЙСКОЕ НАУЧНОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ EURASIAN SCIENTIFIC ASSOCIATION
www.esa-conference.ru

К вопросу о проблеме разрешимости методом приведения формул логики BFSN к строгой ДНФ

Яйлеткан А.А., кандидат философских наук, доцент
Тюменский Индустриальный Университет

В логике BFSN определена специальная алгебра, содержащая операции {1-,*,+}, аналогичные операциям отрицания (дополнения некоторого признака A до универсума, например, (1-A)), конъюнкции (сопряженное логическое умножение видовых признаков, либо их дополнений – конструирование классов, например, A*B или (1-A)*B) и строгой дизъюнкции (логическое сложение классов, например, A*B+(1-A)*B, но не множеств A+B), соответственно [1-3], с логическими числовыми константами 0 (Ложь) и 1 (Истина). Любая формула логики высказываний в результате ряда равносильных замен может быть приведена к соответствующей формуле логики BFSN.

Каждая формула логики BFSN принадлежит к одному из трех классов: тождественно-истинная, тождественно-ложная и выполнимая. Разрешающая процедура заключается в приведении формулы логики BFSN к строгой дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ):

$B_1+B_2+\ldots+B_m$ (1)

где m может быть максимально равно количеству классов, получаемых в результате сопряженного пересечения n видовых признаков, т.е. 2^n, а каждый дизъюнкт B_i является формулой i-го класса, называемого элементарной конъюнкцией вида:

$A_1*A_2*\ldots*A_n$, (2)

такой, что при последовательной подстановке (2) в (1) получим

$[A_1*A_2*\ldots*A_n] + [A_1*A_2*\ldots*(1-A_n)] + \ldots + [(1-A_1)*(1-A_2)*\ldots*(1-A_n)]$. (3)

Все дизъюнкты B_i ($i=(1\div m)$ или $i=(1\div 2^n)$) имеют одинаковую длину, то есть одинаковое количество конъюнктов в строго определенном индексном возрастном порядке (коммутативность конъюнкции запрещена), различающихся лишь порядком их утверждения и отрицания, как в (3). Строгая дизъюнкция коммутативна.

(А) Формула логики высказываний является тождественно-истинной, если ее формула BFSN:

(a) либо алгебраически сводима к 1 (Истина) путем раскрытия скобок и выполнения всех арифметических операций:

рассмотрим на примере закона утверждения консеквента

$a\supset(b\supset a)$ (4.1)

$A\supset B$ равносильно $1-a*(1-b)$ (4.2)

следовательно, (4.1) будет иметь вид (с учетом поглощения):

$1-a*(1-(1-b*(1-a))) = 1-a*(1-(1-b+a*b)) = 1-a*(1-1+b-a*b) =$
$= 1-a+a-a*b+a*b) = 1$ (4.3)

(b) либо ее строгая ДНФ полна:

$$\sum_{i=1}^{2^n} B_i = 1, \quad (5.1)$$

частным случаем (5.1) является закон исключенного третьего

$a+(1-a) = a+1-a = 1$ (5.2)

(Б) Формула логики высказываний является тождественно-ложной, если ее формула BFSN:

(c) либо алгебраически сводима к 0 (Ложь) путем раскрытия скобок и выполнения всех арифметических операций (по аналогии (4.1)-(4.3)),

(d) либо является отрицанием (5.1), (5.2).

(В) В остальных случаях формула логики BFSN (следовательно, и логики высказываний) является выполнимой.

Между формулами строгой ДНФ (сДНФ) по (3) определены отношения такие же, как отношения между объемами понятий [4-7].

Если сДНФ содержит лишь одну элементарную конъюнкцию, то она называется сДНФ класса (сДНФк). Сравниваемые сДНФк являются несовместимыми понятиями. Если сДНФ различаются между собой по количеству сДНФк, но содержат некоторые одинаковые сДНФк, они являются совместимыми понятиями.

Типы совместимости.

(Г) В каждом сДНФк видовые понятия, либо их дополнения находятся в отношении пересечения (2), объемы которых частично совпадают с объемом рассматриваемого понятия сДНФк.

(Д) Отношение подчинения (субординации) характеризуется тем, что объем понятия сДНФ1 целиком включается в объем понятия сДНФ2, но не исчерпывает его:

сДНФ1 = B_1+B_2 (6.1)

сДНФ2 = $B_1+B_2+\ldots+B_k$ (6.2)

(Е1) Равнозначными называются понятия объемы которых совпадают, а их содержания различаются с учетом существующих видовых признаков:

сДНФк = $B_1 = A_1*A_2$ (7.1)

«квадрат – четырехугольник, у которого все стороны и все углы равны»

сДНФк = $(B_1 + B_2) - B_2 = A_1 - A_1*(1-A_2)$ (7.2)

«квадрат – ромб, у которого все углы равны»

(Е2) Тождественными называются понятия объемы которых совпадают, а их содержания различаются видовыми признаками (и, может быть, принадлежностью к разным родовым признакам):

сДНФк = $B_1 = A_1*A_2$ (7.3)

«квадрат – четырехугольник, у которого все стороны и все углы равны»

сДНФк$_k$ = $B_{k1} = A_{k1}*A_{k2}*A_{k3}*...*A_{kn}$ (7.4)

«квадрат – четырехугольник, диагонали которого равны, а точка их пересечения совпадает с центром описанной вокруг него окружности радиусом половины диагонали»

Типы несовместимости [6, 7].

(Ж) В отношении противоречия (контрадикторности) находятся такие два сДНФк, элементарные конъюнкции которых различаются только одним конъюнктом, у одного из которых этот конъюнкт с утверждением, а у другого – он же с отрицанием:

сДНФк1 = $B_1 = A_1*A_2*A_3$ (8.1)

сДНФк2 = $B_2 = A_1*A_2*(1-A_3)$ (8.2)

(З) В отношении соподчинения (координации) находятся такие два сДНФк, элементарные конъюнкции которых различаются только двумя конъюнктами, у одного из которых первый конъюнкт с утверждением и второй с отрицанием, а у другого – они же наоборот:

сДНФк4 = $B_4 = A_1*(1-A_2)*A_3$ (9.1)

сДНФк2 = $B_2 = A_1*A_2*(1-A_3)$ (9.2)

Различают n-1 рангов групп соподчинений [4, 5].

(И) В отношении противоположности (контрарности) находятся такие два сДНФк, элементарные конъюнкции которых различаются всеми конъюнктами, у одного из которых все конъюнкты с утверждением, а у другого – они же все с отрицанием:

сДНФк1 = $B_1 = A_1*A_2*A_3$ (10.1)

сДНФк8 = $B_8 = (1-A_1)*(1-A_2)*(1-A_3)$ (10.2)

Исследуя сДНФ для любого n и ориентируясь на отношения (Г)-(И), можно определить (либо дать определение) логические операции. Например, если сДНФ содержит три элементарные конъюнкции такие, что две из них находятся в отношении координации между собой, а средняя конъюнкция попарно с ними по этим же конъюнктам попеременно находится в отношении контрадикторности, то из их объединения следует логическая операция дизъюнкция [8].

Литература:

1. Яйлеткан А.А., Джалиашвили З.О. Методологические особенности логики BFSN. // Материалы III международной конференции "Смирновские чтения". Москва, 2001. – С. 180-181
2. Яйлеткан А.А., Джалиашвили З.О. Проблемы и перспективы арифметизации логики. // Материалы VII Общероссийской научной конференции "Современная логика: проблемы теории, истории и применения в науке". СПб., 2002. – С. 445-446
3. Яйлеткан А.А. Обобщение и систематизация основ математической логики. Научно-методологические исследования с точки зрения новых информационных технологий. Тюмень: ТОГИРРО, 2002 - 373 с.
4. Яйлеткан А.А. Аналитические модели универсума. // Материалы VIII Общероссийской научной конференции "Современная логика: проблемы теории, истории и применения в науке". СПб., 2004. – С. 557-560
5. Яйлеткан А.А. Рекурсивный Z-метод организации массивов понятий для баз знаний. // Материалы IV Всероссийской научно-технической конференции "Геология и нефтегазоносность Западно-Сибирского мегабассейна". Тюмень, 2006. – С. 408-410
6. Яйлеткан А.А. Метод учета изменения градиентов отрицания в функциях отношений между объемами понятий в технологии построения конечно-бесконечных диаграмм Эйлера-Венна. // Материалы IX Общероссийской научной конференции "Современная логика: проблемы теории, истории и применения в науке". СПб., 2006. – С. 408-410
7. Яйлеткан А.А. Структура непротиворечия. // Материалы XXXVI научной и учебно-методической конференции профессорско-преподавательского и научного состава. СПб, 2007. – С. 127-128
8. Яйлеткан А.А. Algebra of BFSN Logic. // Материалы V международной конференции "Смирновские чтения". Москва, 2007. - С. 130-132