www.esa-conference.ru

Модифицирование осциллятора Чайкина с помощью АТ оператора

Туренко Виктория Николаевна, студент
Саратовский национальный исследовательский институт имени Н.Г. Чернышевского

Введение.

Статья посвящена исследованию свойств аппроксимаций sinc-преобразований непрерывных функций на отрезке. Кроме того, доказывается существование непрерывных функций на отрезке [0, π] при помощи описания некоторого численного эксперимента. Приближение этих функций будем выполнять с помощью конкретного оператора. Оно позволит в разы сэкономить используемый трафик, особенно, если трейдер использует мобильное устройство.

Используемый в ходе работы осциллятор Чайкина устраняет не только явление Гиббса, возникающее на концах отрезка в случае, когда функция не нулевая при классических sinc – аппроксимациях, но и предотвращает всплеск погрешностей внутри интервала (0, π) для негладких функций.

Аппроксимативные свойства sinc – преобразований подробно описаны в теореме отсчетов Уиттекера – Котельникова – Шеннона [1-4].

Понятие кардинальной функции было введено Э. Борелем и Е.Т. Уиттекером для необходимости развития теории кодирования сигналов. Ее сужение с оси на отрезок [0, π] выглядит следующим образом:

$$L_n(f,x)=\sum_{k=0}^{n}\frac{\sin(nx-k\pi)}{nx-k\pi}f\left(\frac{k\pi}{n}\right)=\sum_{k=0}^{n}\frac{(-1)^k\sin nx}{nx-k\pi}f\left(\frac{k\pi}{n}\right) \quad (1)$$

На сегодняшний день достаточно подробно исследованы свойства sinc - аппроксимаций. Результаты этих исследований до 1993 года, главные приложения sinc – аппроксимаций можно найти в [3].

Поясним для чего конкретно нужны sinc – приближения.

Sinc – приближения или sinc – аппроксимации в основном используются при построении различных численных методов математической физики и приближения функций одной или нескольких переменных [5], [6], в теории квадратурных формул [3], а также в теории вейвлет – преобразований или всплесков [1], [2], [4].

Исследования, представленные в [10] и [7] приводят к выводу о том, классические sinc – приближения вблизи концов отрезка [0, π] приводят к явлению Уилбрейама – Гиббса. Явлением Гиббса называют результат, когда ряд Фурье разрывной функции не сходится к разлагаемой функции в окрестности разрыва.

Приближение с помощью классических sinc – аппроксимаций на отрезке или ограниченном интервале осуществлялось лишь для некоторых классов аналитических функций [3], [14], однако, после появления работ [8], [9], [11], [12], [13], ситуация изменилась.

Различные модификации sinc – приближений, с помощью которых можно приближать произвольные непрерывные функции на отрезке [0, π], представлены в работах [15] [16] [17]. В них также можно найти новые необходимые и достаточные условия равномерной сходимости sinc – приближений и некоторых их модификаций на всем отрезке [0, π].

Результаты исследований свойств аппроксимаций операторов интерполирования представлены в [18].

В [19] прилагаются результаты исследований из [18] аппроксимативных свойств классических алгебраических интерполяционных многочленов Лагранжа с матрицей узлов интерполирования. Строка такой матрицы состоит из нулей многочленов Якоби $P_n^{\alpha_n,\beta_n}$ с параметрами, зависящими от n.

После известной работы Крамера [20] начинают изучаться аналоги теорем отсчетов для операторов интерполяции Лагранжа по узлам из спектра задачи Штурма – Лиувилля [21]. Интерполяционные процессы Лагранжа, построенные по собственным функциям задачи Штурма – Лиувилля, очень близки с sinc – приближениями. Признак Динни – Липшица равномерной сходимости внутри интервала (0, π) подробно описал Г.И. Натансов в [22].

Исследования, проведенные в [23-25] показывают, что аппроксимативные свойства процессов Лагранжа – Штурма – Лиувилля могут сильно измениться при, казалось бы, незначительно малых изменениях параметров задачи Штурма – Лиувилля (потенциала q или констант h, H). В работе [26] доказывается существование непрерывной на [0, π] функции, интерполяционный процесс Лагранжа – Штурма – Лиувилля которой неограниченно расходится почти на всем отрезке [0, π].

Более подробную информацию о sinc – аппроксимациях на отрезке и их обобщений можно найти в [27-35].

Описание индикатора.

В качестве пробной функции используется осциллятор Чайкина.

Марк Чайкин сформировал свою точку зрения на финансовые рынки на основе работ Джо Гранвилла и Ларри Уильямса, разработал свой собственный индикатор, модифицировав ряд их работ. Его осциллятор это тот же MACD (индикатор схождения – расхождения скользящих средних), только примененный к разработанному им же индикатору накопления / распределения (A/D).

Осциллятор рассчитывает разницу между трехдневной экспоненциальной скользящей средней (EMAs) и десятидневной экспоненциальной скользящей средней (EMAl) индикатора A/D.

Chaikin Oscillator = EMAs(A/D) – EMAl(A/D) (2)

Описание оператора.

Для аппроксимации (модификации) осциллятора Чайкина будем использовать оператор:

$$AT_\lambda(f,x)=\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{n}\left\{f(x_{k,\lambda})-\frac{f(\pi)-f(0)}{\pi}x_{k,\lambda}-f(0)\right\}(s_{k-1,\lambda}(x)+s_{k,\lambda}(x))$$
$$+\frac{f(\pi)-f(0)}{\pi}x+f(0) \quad (3)$$

К сожалению, данный оператор не обладает интерполяционными свойствами. Зато его аппроксимативные качества существенно менее чувствительны к гладкостным свойствам приближаемой функции. С его помощью можно аппроксимировать произвольный элемент пространства C [0, π].

Результаты модифицирования осциллятора Чайкина.

В качестве исходных данных выбраны котировки цен на акции в течение одного года.

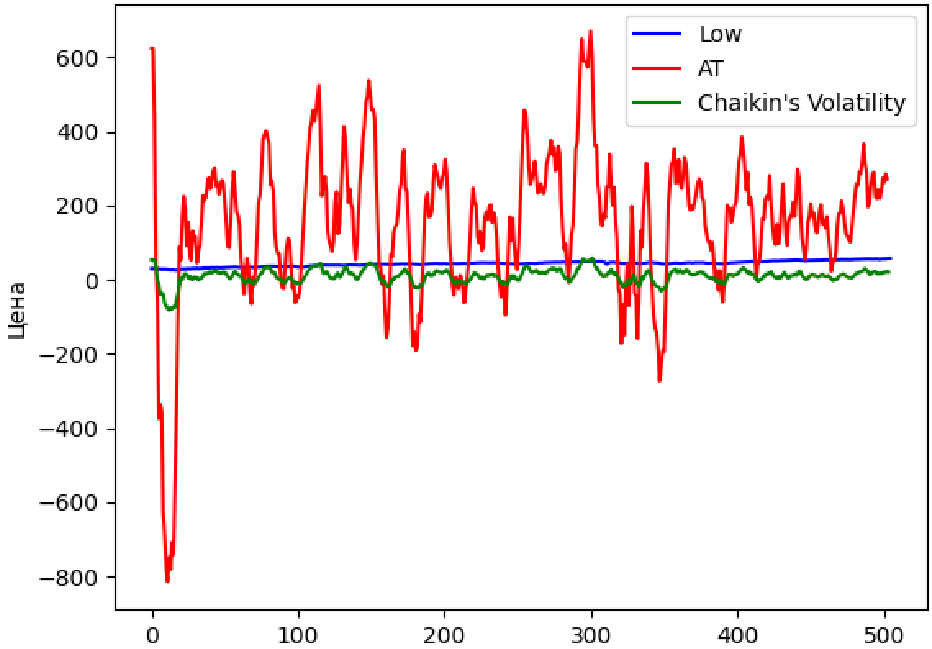

Рисунок 1 – Модифицированный с помощью аппроксимации AT осциллятор Чайкина

Действие оператора на графике показывает более четко падение и подъем цен, чем применение этих же исходных данных непосредственно к осциллятору Чайкина. На (рис.1) можно заметить, как красная линия (оператор AT) повторяет движения зеленой (осциллятор Чайкина), т.е. модификация сохранила свойства исходного индикатора. К тому же, как было сказано ранее, модифицирование с помощью оператора позволяет в разы сэкономить используемый трафик.

Литература:

[1] Кашин Б.С., Саакян А.А. Ортогональные ряды, (М., Изд-во АФЦ, 1999)

[2] Новиков И.Я., С.Б. Стечкин Основы теории всплесков. Успехи математических наук. 1998, Т.53. выпуск 6(324), С. 53-128.

[3] Stenger F. Numerical Metods Based on Sinc and Analytic Functions, (N.Y., Springer Ser. Comput. Math., 20 Springer-Verlag, 1993)

[4] Добеши И. Десять лекций по вейвлетам, (Ижевск, "Регулярная и хаотическая динамика 2001)

[5] Livne Oren E., Brandt Achi E. MuST: The multilevel sinc transform, SIAM J. on Scientific Computing, 33(4), 1726-1738 (2011)

[6] Marwa M. Tharwat Sinc approximation of eigenvalues of Sturm–Liouville problems with a Gaussian multiplier Calcolo: a quarterly on numerical analysis and theory of computation Vol. 51 Issue 3, September (2014) Pages 465- 484

[7] Trynin A.Yu., Sklyarov V.P. Error of sinc approximation of analytic functions on an interval, Sampling Theory in Signal and Image Processing, 7 (3), 263-270 (2008)

[8]Трынин А.Ю. Об оценке аппроксимации аналитических функций интерполяционным оператором по синкам / А.Ю. Трынин // Математика. Механика. – Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 2005 . –Т.7. –С. 124-127.

[9] Трынин А.Ю. Оценка функций Лебега и формулы Неваи для sinc-приближений непрерывных функций на отрезке, Сибирский математический журнал, 48(5), 1155-1166 (2007)

[10] Jerri Abdul J. Lanczos-Like σ-Factors for Reducing the Gibbs Phenomenon in General Orthogonal Expansions and Representations, Journal of Computational Analysis and Applications, 2(2), pp. 111-127 (2000)

[11]Трынин А.Ю. Критерий поточечной и равномерной сходимости синк-приближений непрерывных функций на отрезке, Математический сборник, 198(10), 141-158 (2007)

[12] Трынин А.Ю. Критерий равномерной сходимости sinc-приближений на отрезке, Известия высш. учых заведений. Математика., 6, 66-78 (2008)

[13] Sklyarov V.P. On the best uniform sinc-approximation on a finite interval, East Journal on Approximations, 14 (2), 183-192 (2008)

[14] Mohsen A., El-Gamel M. A Sinc-Collocation method for the linear Fredholm integro-differential equations. Z. angew. Matth. Phys. , 2006, 1-11, DOI 10.1007 / s00033-006-5124-5.

[15] Трынин А.Ю. О некоторых свойствах синк-аппроксимаций непрерывных на отрезке функций, Уфимский математический журнал, 7, № 4 116-132, (2015)

[16] Трынин А.Ю. О необходимых и достаточных условиях сходимости синк-аппроксимаций, Алгебра и анализ, 27:5 (2015), 170-194

[17] Трынин А.Ю. Приближение непрерывных на отрезке функций с помощью линейных комбинаций синков, Известия высш. Уч-ых заведений. Математика., № 3, 72-81, (2016)

[18] Трынин А.Ю. Обобщение теоремы отсчетов Уиттекера-Котельникова-Шеннона для непрерывных функций на отрезке, Математический сборник, 200(11), 61-108 (2009)

[19] Трынин А.Ю. Об операторах интерполирования по решениям задачи Коши и многочленах Лагранжа-Якоби, Известия Российской Академии Наук. Серия математическая, 75(6), 129-162 (2011)

[20] Kramer H.P. A generalized sampling theorem. J. Math. Phus. 38 (1959), 68-72

[21] Zayed A.I. , Hinsen G., Butzer P.L. On Lagrange interpolation and Kramer-type sampling theorems associated with Sturm-Liouville problems. SIAM J. Appl. Math. 50, No. 3 (1990), 893-909.

[22] Натансон Г.И. Об одном интерполяционном процессе. Учен. записки Ленинград. Пед. ин-та. 1958. Т. 166. С.213-219.

[23] Трынин А.Ю. Об отсутствие устойчивости интерполирования по собственным функциям задачи Штурма-Лиувилля, Известия высш. уч-ых заведений. Математика., 9(460), 60-73 (2000)

[24] Трынин А.Ю. Дифференциальные свойства нулей собственных функций задачи Штурма-Лиувилля, Уфимск. матем. журн., 3:4 (2011), 133-143

[25] Трынин А.Ю. Об одной обратной узловой задаче для оператора Штурма-Лиувилля, Уфимск. матем. журн., 5:4 (2013), 116-129

[26] Трынин А.Ю. О расходимости интерполяционных процессов Лагранжа по собственным функциям задачи Штурма-Лиувилля, Известия высш. уч-ых заведений. Математика., 11, 74-85 (2010)

[27] Трынин А.Ю. Принцип локализации для процессов Лагранжа – Штурма – Лиувилля / А.Ю. Трынин // Математика. Механика. – Саратов: Изд-во Сарат. ун – та, 2006 – Т. 8. – С. 137-140

[28] Трынин А.Ю. Об одном интегральном признаке сходимости процессов Лагранжа – Штурма – Лиувилля / А.Ю. Трынин // Математика. Механика. – Саратов: Изд-во Сарат. ун – та, 2007 – Т. 9. – С. 94-97

[29] Трынин А.Ю. Существование систем Чебышёва с ограниченными константами Лебега интерполяционных процессов / А.Ю. Трынин // Математика. Механика. – Саратов: Изд-во Сарат. ун – та, 2008 – Т. 10. – С. 79-81

[30] Трынин А.Ю. Пример системы Чебышёва с почти всюду сходящейся к нулю последовательностью функций Лебега интерполяционных процессов / А.Ю. Трынин // Математика. Механика. – Саратов: Изд-во Сарат. ун – та, 2009 – Т. 11. – С. 74-76

[31] Трынин А.Ю. Об одном признаке типа Дини – Липшица сходимости обобщенных интерполяционных процессов Уиттекера – Котельникова – Шеннона / А.Ю. Трынин, И.С. Панфилова // Математика. Механика. – Саратов: Изд-во Сарат. ун – та, 2010 – Т. 12. – С. 83-87

[32] Трынин А.Ю. О расходимости интерполяционных процессов Лагранжа по узлам Якоби на множестве полной меры / А.Ю. Трынин, И.С. Панфилова // Математика. Механика. – Саратов: Изд-во Сарат. ун – та, 2010 – Т. 12. – С. 87-91

[33] Трынин А.Ю. О необходимых и достаточных условиях равномерной и поточечной сходимости интерполяционных процессов по «взвешенным» многочленам Якоби / А.Ю. Трынин // Математика. Механика. – Саратов: Изд-во Сарат. ун – та, 2011 – Т. 13. – С. 96-100

[34] Трынин А.Ю. ОБ ОДНОЙ МОДИФИКАЦИИ АНАЛОГА ФОРМУЛЫ НЕВАИ ДЛЯ СИНК – ПРИБЛИЖЕНИЙ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ НА ОТРЕЗКЕ / А.Ю. Трынин // Математика. Механика. – Саратов: Изд-во Сарат. ун – та, 2014 – № 16 – С. 78-81

[35] Трынин А.Ю. О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ УЗЛОВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОПЕРАТОРА ШТУРМА – ЛИУВИЛЛЯ С ПОТЕНЦИАЛОМ Q/IN LP[0,PI] / А.Ю. Трынин // Математика. Механика. – Саратов: Изд-во Сарат. ун – та, 2014 – № 17 – С. 72-75