

Деление произвольно заданного угла на три равные части (трисекция угла)

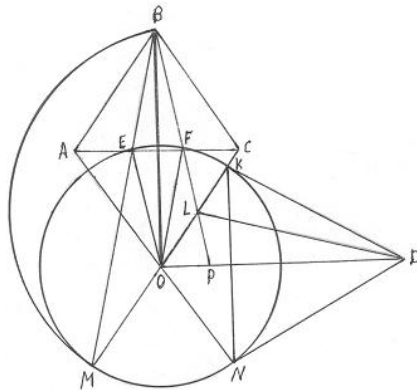
Терешкин Евгений Иванович (г. Пенза, Россия)

Подобные статьи были опубликованы в сборниках статей XXXI и XXXII Международной научно-технической конференции: Математические методы и информационные технологии в экономике, социологии и образовании. Апрель 2013 года (ISBN 978-5-8356-1368-7), декабрь 2013 года (ISBN 978-5-8356-1436-3) г. Пенза.

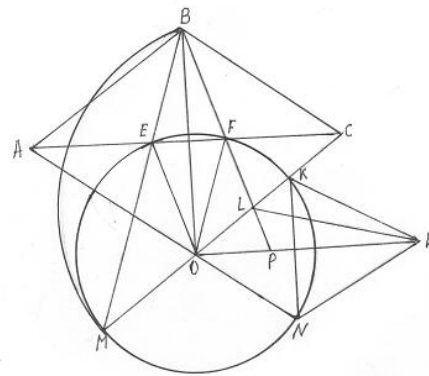
Эти статьи расширены и дополнены.

Чертим две пары пересекающихся прямых, чтобы верхний и нижний вертикальные углы были острыми (чертеж 1) и тупыми (чертеж 2). В местах пересечения ставим точки O .

Проводим биссектрису верхнего острого угла (чертеж 1) и верхнего тупого угла (чертеж 2).



Чертеж 1



Чертеж 2

Из точек O любыми радиусами описываем окружности. В местах пересечения сторон нижнего острого угла (чертеж 1) и тупого угла (чертеж 2) с дугами окружностей ставим точки M и N . Далее из точек N параллельно биссектрисам проводим линии вверх до пересечения с продолжениями линий MO и дугами окружностей и ставим точки K . На прямых NK вправо строим равнобедренные треугольники KDN . Соединяем точки O и D . Проводим биссектрису углов KDO до пересечения с прямыми OK и ставим точки L . Из точек L радиусами ML проводим дуги вверх до пересечения с биссектрисами острых углов (чертеж 1) и тупых углов (чертеж 2) и ставим точки B .

Из точек B параллельно KM проводим прямые до пересечения с продолжениями прямых NO и ставим точки A . Из точек B параллельно AO проводим прямые до пересечения с продолжениями прямых MK и ставим точки C . $\angle ABC = \angle AOC$. Проводим прямые BM и BL . Треугольник BLM - равнобедренный, так как $ML = BL$, $\angle LMB = \angle LBM$. Так же $\angle LMB = \angle ABM$ - внутренние накрест лежащие при параллельных прямых MC и AB и секущей MB . Четырехугольник $OABC$ - ромб, так как треугольник OAB равен треугольнику BCO , так же эти треугольники равнобедренные.

Проведем прямую AC . Она перпендикулярна OB , так как AC и OB диагонали ромба. OD перпендикулярна OB - биссектрисы смежных углов. Значит OD параллельна AC . Продолжим прямую BL до пересечения с OD и поставим точку P . Из точек O проведем прямые параллельные PB .

Эти прямые попадут в точку пересечения MB и окружности и ставим точки E . Точки E окажутся в этом месте потому что $\angle MEO = \angle MBP = \angle EMO$. Получается равнобедренный треугольник EOM , так как OM и OE радиусы одной окружности.

Соединяем точку O с местом пересечения AC и BP и ставим точки F . Треугольники OFP и OEF равны так как OF - общая, $\angle EOF = \angle OFP$ - внутренние накрест лежащие при параллельных прямых OE и PF и секущей OF , а $\angle EFO = \angle FOP$ - внутренние накрест лежащие при параллельных прямых AC и OD и секущей OF .

Это говорит о том, что точка E находится на пересечении MB , AC , OE и окружности. Продолжим мысленно прямую BP до пересечения с прямой AN , или ее продолжением. Они пересекутся в некоторой точке X . Тогда $\angle AXB = \angle XBC$ - внутренние накрест лежащие при параллельных прямых BC и AX и секущей BX , а $\angle AOE = \angle AXB$ - соответственные при параллельных прямых OE и BX и секущей AX . Значит $\angle AOE = \angle FBC$, $\angle EBF = \angle EOF$ потому что треугольник EBF равен треугольнику EOF по трем сторонам, $\angle FOC = \angle FBC$, так как треугольник FBC равен треугольнику FOC по трем сторонам. Но точка E находится на прямой AC и треугольник ABE равен треугольнику AOE и $\angle ABE = \angle AOE = \angle FBC$.

Из этого следует, что $\angle AOE = \angle EOF = \angle FOC$.