

Закон всемирного тяготения при нулевом расстоянии

Сомсиков Александр Иванович

Рассмотрен вопрос нулевого расстояния в законе Всемирного тяготения

Введение

Закон Всемирного тяготения справедлив не для любых расстояний между телами, а только для расстояний, превышающих собственные размеры взаимодействующих тел. Поэтому “всемирность”, присутствующая в его названии и подразумевающая всеобщность, т.е. выполнимость для любых расстояний между телами, включая и нулевое, фактически не достигается, а только лишь постулируется.

Вот как об этом сообщается в учебнике физики.

“По закону всемирного тяготения Ньютона: всякие два тела притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними. Обозначая массы тяготеющих тел через m_1 и m_2 , расстояние между ними – r , получим:

$$f = k \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (1)$$

где k – определенная постоянная, так называемая постоянная тяготения; ее числовое значение зависит от того, в каких единицах измеряются сила f , масса m и расстояние r .

Закон Ньютона в указанной формулировке справедлив лишь в том случае, если размеры тел весьма малы по сравнению с расстоянием r между ними.

В случае, если размеры тел сравнимы с тем расстоянием, на котором тела находятся друг от друга, каждое из тел следует разбить на элементы (рис. 67); для каждой пары элементов справедлив закон тяготения Ньютона, так что сила взаимодействия i -го элемента первого тела и k -го элемента второго тела будет равна:

$$\Delta f_{ik} = k \frac{\Delta m_i \Delta m_k}{r_{ik}^2}.$$

Полная сила взаимодействия выразится как векторная сумма всех элементарных сил Δf_{ik} :

$$f = \sum_{i,k} \Delta f_{ik}.$$

Примечание. Так как элементы, на которые разбиваются тела, должны быть взяты бесконечно малыми, то задача на самом деле сводится к интегрированию.

Результат такого вычисления имеет весьма разнообразный вид для тел разной формы; он особенно прост для случая тяготения однородных шаров: два однородных шара взаимно тяготеют друг к другу с силой $f = k \frac{m_1 m_2}{r^2}$, где m_1 и m_2 – массы шаров, r – расстояние между их центрами. Это выражение, совпадающее с формулой (1), справедливо для любого расстояния между шарами” [1].

Выделяем: “для **любого расстояния** между шарами”. А, стало быть, также и для **нулевого** расстояния, при котором сила устремляется к **бесконечности**.

Приемом “разбития на элементы” искусственно возвращаются к ситуации, когда расстояния между телами опять становятся велики по сравнению с их размерами. Чем просто уклоняются от рассмотрения

по существу, т.е. от ситуации, когда эти расстояния не велики, а наоборот малы или вообще стремятся нулю. Скрывая этим видимую невыполнимость закона всемирного тяготения при малых расстояниях между телами. Такое “решение” является чисто формальным, ничего не проясняющим по существу.

В чем здесь проблема?

Она заключается в том, что это физически невозможно. Лишь два понятия физики могут быть бесконечными – расстояние и время. Прочие всегда ограничены. Теоретически можно заменить физические тела их центрами масс с нулевыми размерами. Но в этом случае получается, что при сближении центров масс, заменяющих сами тела, до нулевого расстояния $r \rightarrow 0$ сила f взаимодействия устремляется в бесконечность $f \rightarrow \infty$, вместе с чем обращаются в бесконечность также и ускорения, и скорости их движения. Что по определению невозможно. Поэтому закон Всемирного тяготения, оказывается отнюдь не всемирным, а ограниченным по применению в области малых расстояний между телами.

Постановка задачи

Цель данной работы – рассмотрение закона тяготения, справедливого для любых расстояний между телами, включая и нулевые, обеспечивающие требование всемирности.

Проблемой, мешающей рассмотрению, является непроницаемость физических тел, не позволяющая довести до нуля расстояние между телами.

Поэтому рассмотрение должно вестись на уровне мысленного эксперимента или на модели, допускающей такое сближение.

Взаимодействие материальных шаров

Рассмотрим тяготение материальных шаров с одинаковым радиусом R , не разбивая их на элементы.

В начальном положении $r = 2R$ сила тяготения f максимальна $f = f_{max}$.

При дальнейшем сближении тела проникают друг в друга на величину x , удовлетворяющую соотношению $0 \leq x \leq R$ Рис.1.

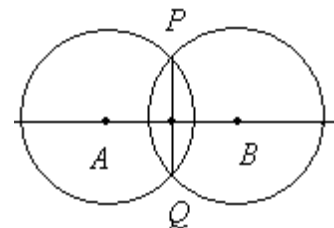


Рис. 1. Взаимное проникновение друг в друга сферических тел с одинаковым радиусом R

При этом масса m каждого тела, определяемая его объемом V , уменьшается на величину Δm , определяемую соотношением $0 \leq \Delta m \leq m$, соответственно уменьшению объема ΔV ($0 \leq \Delta V \leq V$), принадлежащего одновременно обоим телам и соответственно

притягиваемого ими с одинаковой силой и в противоположных направлениях, вследствие чего его суммарное притяжение равно нулю.

Оставшаяся часть каждого тела за вычетом этой общей их части получает симметричное смещение Δx каждого центра массы относительно центра его кривизны, равное $0 \leq \Delta x \leq \Delta x_{max}$ в сторону увеличения расстояния r .

Поэтому $r = 2(R - x + \Delta x)$.

В начальном положении при $x = 0$, $\Delta x = 0$, $\Delta t = 0$. В конечном же положении при максимальном значении $x_{max} = R$, $\Delta x = \Delta x_{max} > 0$, $\Delta t = t$. Поэтому $t - \Delta t = 0$. Другими словами, обе массы в законе всемирного тяготения одновременно обращаются в нуль, а минимальное расстояние r_{min} между ними сохраняет конечное значение

$$r_{min} = 2(R - R + \Delta x_{max}) = 2\Delta x_{max} > 0.$$

Таким образом, никакой бесконечности силы f или ее математической неопределенности при этом не возникает, а сама она просто обращается в нуль $f = 0$.

Следовательно, закон Всемирного тяготения выполняется на любом расстоянии r , включая и нулевое $r = 0$ с учетом того, что при сближении $0 \leq r \leq 2R$ обе массы уменьшаются до нуля при сохранении ненулевого минимального значения r , равного $r_{min} = 2\Delta x_{max} > 0$. Вследствие чего сила f тяготения тоже уменьшается до нуля Рис. 2.

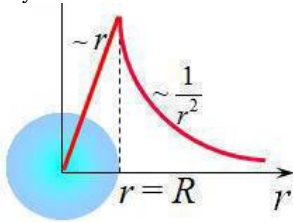


Рис. 2. Зависимость сила f тяготения от расстояния r при уменьшении r до нуля

То есть Закон тяготения действительно является всемирным.

Гравитационные колебания

Тела, находящиеся на расстоянии r , будучи предоставлены самим себе, приходят в гравитационные колебания относительно общего центра масс (без учета проблемы взаимного их проникновения тел друг в друга). Эти колебания в физике не рассматриваются из-за ожидаемого устремления к бесконечности силы притяжения f при пространственном совмещении их центров масс.

Литература:

1. Фриш С.Э, Тиморева А.В. Курс общей физики. Том 1. Физические основы механики. Молекулярная физика. Колебания и волны. Москва, 1955, с.111.

Такого рода задача решается обходным путем для инерционного кругового движения. Математически выражаемого двумя линейными гармоническими колебаниями с разностью фаз $\frac{\pi}{2}$. Массы обоих тел при этом не изменяются, а сила гравитации Ньютона заменяется упругой силой Гука. При этом проблема взаимного проникновения тел решается очень просто: в момент нулевого значения координаты x с началом отсчета, помещаемым в общий центр масс, другая координата y максимальна и наоборот. Максимальное значение силы Гука равно в этом случае силе тяготения Ньютона на орбите вращения, используемой в качестве числового коэффициента в законе упругости.

Теперь же, после выяснения физического смысла закона всемирного тяготения при нулевом расстоянии, становится возможным также и прямое рассмотрение линейных гравитационных колебаний в их чистом виде, без привлечения математических ухищрений с заменой линейного гравитационного колебания двумя упругими.

На практике такие гравитационные колебания с прохождением взаимодействующих тел через их общий центр масс трудно промоделировать.

Это могут быть колебания маятников, движущихся навстречу друг другу. Хотя их центры масс пространственно не совмещаются, такое их совмещение является хотя бы частичным – в плоскости колебательного движения. Тела маятников могут иметь вид круглых дисков или же полусфер, сопрягаемых по плоским поверхностям.

В космическом же масштабе такие взаимодействия могут быть представлены проникновением друг в друга галактик. Обычно их называют “сталкивающимися”, хотя реальное столкновение образующих их объектов может отсутствовать. Их лучше было бы называть именно *проникающими*. Здесь закон Всемирного тяготения полностью выполняется до их касания, а после взаимного проникновения сила гравитации не возрастает до бесконечности, а наоборот постепенно уменьшается до нулевого значения при совмещении их центров масс. Что сопровождается постепенным уменьшением ускорений тоже до нулевого, а скоростей – до максимальных значений. Затем они, продолжая движение по инерции, начнут расходиться с появлением гравитационной силы уже торможения, а не ускорения движения. В итоге и возникают гравитационные колебания галактик космического масштаба и длительности.