ЕВРАЗИЙСКОЕ НАУЧНОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ EURASIAN SCIENTIFIC ASSOCIATION
www.esa-conference.ru

Математическая модель температурного поля ролика при плазменной наплавке

Шестаков Николай Иванович, доктор технических наук, профессор
Журавлева Юлия Михайловна, аспирантка
Антонова Юлия Валерьевна, кандидат технических наук, доцент
Никонова Елена Леонидовна, кандидат технических наук, доцент
Шестакова Елена Александровна, кандидат технических наук, доцент
Петрова Галина Михайловна, кандидат технических наук, доцент
Череповецкий государственный университет

Предварительный нагрев применяется для уменьшения энергии сжатой дуги, необходимой для расплавления порошка и сплавления его с основой, а также для уменьшения градиента температур. Необходимо правильно выбрать температуру предварительного нагрева. Температуру предварительного нагрева следует также выбирать с учетом состава и свойств основного металла [2-4].

Обрабатывался ролик, длина которого значительно меньше его наружного диаметра, поэтому рассмотрим его как неограниченную пластину.

Имеем:

$$\frac{\partial T(x,\tau)}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 T(x,\tau)}{\partial x^2}; (\tau > 0; -R < x < +R), \quad (1)$$

$$T(x,0) = f(x), \quad (2)$$

$$-\lambda \frac{\partial T(R,\tau)}{\partial x} + \alpha\left[T_c - T(R,\tau)\right] = 0, \quad (3)$$

$$\lambda \frac{\partial T(-R,\tau)}{\partial x} + \alpha\left[T_c - T(-R,\tau)\right] = 0, \quad (4)$$

где T- температура; x – координата; τ - время; a - коэффициент температуропроводности; - λ - коэффициент теплопроводности; α - коэффициент теплоотдачи; T_c - температура поверхности ролика; R - размер ролика.

Начало координат выбираем в середине пластины. В этом случае вместо условия (4) можно записать:

$$\frac{\partial t(0,\tau)}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

Используем решение задачи методом разделения переменной. Сведем задачу на нагревание к задаче на охлаждение путем замены переменной $T_c - T(x,\tau) = \vartheta(x,\tau)$. Тогда дифференциальное уравнение для $\vartheta(x,\tau)$ будет тождественно дифференциальному уравнению (1). Частное решение уравнения (1) при условии (5) имеет вид:

$$\vartheta(x,\tau) = DCos\kappa x e^{-\kappa^2 a\tau} \quad (6)$$

Удовлетворим решение (6) граничному условию (4), которое для новой переменной имеет вид:

$$\frac{\partial \vartheta(R,T)}{\partial x} + H\vartheta(R,\tau) = 0, \quad (7)$$

тогда

$$-\kappa DSin\kappa \operatorname{Re}^{-\kappa^2 a\tau} + HDCos\kappa \operatorname{Re}^{-\kappa^2 a\tau} = 0 \quad (8)$$

Обозначив κR через μ и проведя некоторые математические преобразования, получим общее решение:

$$\vartheta(x,\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} DCos\mu_n \frac{x}{R}\exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}\right) \quad (9)$$

Постоянные D определим из начального условия (2), которое для переменной ϑ можно записать так:

$$\vartheta(x,0) = T_c - T(x,0) = T_c - f(x) = f_1(x), \quad (10)$$

откуда

$$f_1(x) = \sum_{n=0}^{\infty} DCos\mu_n \frac{x}{R}.$$

Если функция $f_1(x)$ удовлетворяет условию Дирихле, то ее можно разложить в ряд Фурье. Умножим обе части равенства на $Cos\mu_m \frac{x}{R}dx$ и возьмем интеграл в пределах –R до +R

$$\int_{-R}^{+R} f_1(x) Cos\mu_n \frac{x}{R}dx = \sum_{n=1}^{\infty} D\int_{-R}^{+R} Cos\mu_n \frac{x}{R} Cos\mu_m \frac{x}{R}dx, \quad (11)$$

где

$$\int_{-R}^{+R} Cos\mu_n \frac{x}{R} Cos\mu_m \frac{x}{R} dx = \frac{2R\left[\mu_m Sin\mu_m Cos\mu_n - \mu_n Cos\mu_m Sin\mu_n\right]}{\mu_m^2 - \mu_n^2} \quad (12)$$

Число Био можно записать:

$$Bi_n = \frac{\mu_n Sin\mu_n}{Cos\mu_n},$$

$$Bi_m = \frac{\mu_m Sin\mu_m}{Cos\mu_m}.$$

Из этих выражений определяем:

$$\mu_m Sin\mu_m Cos\mu_n - BiCos\mu_n Cos\mu_m,$$

$$\mu_n Sin\mu_n Cos\mu_m = BiCos\mu_n Cos\mu_m.$$

Следовательно, выражение в квадратных скобках в равенстве (12) равно нулю при $m \neq n$. Для случаев $m = n$ интеграл (12) будет выглядеть следующим образом:

$$\int_{-R}^{+R} Cos^2 \mu_n \frac{x}{R} dx = R\left(1 + \frac{Sin 2\mu_n}{2\mu_n}\right) = R\left(1 + \frac{Sin\mu_n Cos\mu_n}{\mu_n}\right) = \quad (13)$$

$$= \frac{R}{\mu_n}\left(\mu_n + Sin\mu_n Cos\mu_n\right)$$

Следовательно, все интегралы в правой части равенства (11) равны нулю, за исключением одного, когда $m = n$. Последний интеграл определяется формулой (13). Таким образом, постоянные коэффициенты D равны:

$$D = \frac{\int_{-R}^{+R} f_1(x) Cos\mu_n \frac{x}{R} dx}{\int_{-R}^{+R} Cos\mu_n \frac{x}{R} Dx} = \frac{\mu_n}{\mu_n + Sin\mu_n Cos\mu_n} \cdot \frac{1}{R} \int_{-R}^{+R} f_1(x) Cos\mu_n \frac{x}{R} dx.$$

Общее решение запишется в виде:

$$\vartheta(x,\tau) = T_c - T(x,\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_n}{\mu_n + Sin\mu_n Cos\mu_n} Cos\mu_n \frac{x}{R} \times \quad (14)$$

$$\times \frac{2}{R} \int_{-R}^{+R} f_1(x) Cos\mu_n \frac{x}{R} e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2} dx}$$

При расчете по формуле (14) были использованы экспериментальные данные[6,7]: температура греющей среды, Т=200°С; коэффициент теплопроводности, $\lambda = 28 Вт/(м \cdot К)$, коэффициент температуропроводности, $a = 100 м^2/с$, толщина ролика 0,05 м. Вычисления проводились через 60 , 300 , 600 , 1200 , 2400 , 3600 с после начала прогрева.

Анализ экспериментальных данных показывает, что в первые 10 минут нагрева температура в детали резко возрастает и достигает 100˚С. По сечению детали температура распределяется неравномерно, но уже по истечении 10 минут разница составляет 4˚С. Далее градиент температур уменьшается.

Для предотвращения этих нежелательных явлений необходимо принимать меры по снижению скорости охлаждения металла, так как в конце процесса наплавки температура по сечению детали распределяется неравномерно: температура в центре детали меньше, чем на его поверхности. Это может быть достигнуто путем выравнивания температуры по сечению детали после наплавки, т.е. термостатированием [1,5].

В результате реализации составленной математической модели температурного поля детали при предварительном подогреве, было установлено оптимальное время нахождения детали в печи – 1ч; предложена технология термостатирования для выравнивания температуры по сечению детали после наплавки.

Литература:

1. Математическое моделирование теплообмена при изготовлении роликов с упрочненным внешним слоем/ Н.И. Шестаков, Ю.М. Журавлева, Е.Л. Никонова и др.// Научные аспекты современных исследований. LIV Международная научно-практическая конференция Евразийского научного объединения. (РИНЦ). Москва: 2019. С. 83-85.

2. Математическое моделирование теплообмена при плазменной наплавке металла на поверхность роликов/ Н.И. Шестаков, Ю.В. Антонова, С.В. Лукин, А.А. Комков// Вестник ЧГУ. - 2012. - №3. Т.1. С.84-87.

3. Моделирование процесса нанесения защитных покрытий/ Н.И. Шестаков, А.Н. Ригин, Ю.М. Журавлева, Ю.В. Антонова // Состояние и перспективы развития электро- и теплотехнологии. Материалы международной научно-технической конференции (XX Бенардосовские чтения). Иваново: ИГЭУ. 2019. Т.2. С. 210-212.

4. Моделирование устройства и способа нанесения покрытий с предварительным индукционным нагревом/ Н.И. Шестаков, Ю.М. Журавлева, А.Н. Ригин и др.// Вестник ЧГУ. – 2018. № 2. С. 40-46.

5. Расчет теплообмена при изготовлении роликов с упрочненным внешним слоем/ Н.И Шестаков, Ю.М.

Журавлева, Е.А. Шестакова и др.// Перспективы модернизации современной науки. LV Международная научно-практическая конференция Евразийского научного объединения. (РИНЦ). Москва: 2019. С. 84-86.

6. Тепловые процессы при плазменной наплавке металла на поверхность роликов/ Н.И. Шестаков, Ю.В. Луканин, А.П. Ордин и др.// Известия вузов. Черная металлургия. - 1994. - № 6. - С. 71-74.

7. Шестаков Н.И., Журавлева Ю.М., Ригин А.Н. Математическое моделирование упрочняемой поверхности при лазерной обработке стали// Материалы 15 Всероссийской научной конференции «Вузовская наука региону». – Вологда: ВГУ, 2017. - С.74-77.