www.esa-conference.ru

УДК: 53.01: 510.20: 001.19: 2-17

О комплексификации физики (физика между прошлым и будущим)

Ляхов Владимир Валентинович, канд. физ.-мат. наук
Нещадим Владимир Михайлович, канд. физ.-мат. наук

Аннотация. *В математике комплексные числа являются полноправным объектом, но ведь и математика, и физика являются двумя стволами одного и того же процесса познания человеком окружающего мира. Возможно, и для физики наступила пора однозначно ставить в соответствие всем величинам комплексные, а не действительные числа. Введено понятие неархимедовой комплексной числовой оси. Рассмотрены некоторые эффекты комплекснозначной физики и предложены методы экспериментальной проверки комплекснозначности физических величин.*

About complexification of physics (physics between past and future)

Lyahov Vladimir V., candidate of physical and mathematical sciences
Neschadim Vladimir M., candidate of physical and mathematical sciences

Abstract. *In mathematics, complex numbers are a rightful object, but both mathematics and physics are two trunks of the same process of man's knowledge of the world around him. Perhaps it was time for physics to unambiguously associate all quantities with complex rather than real numbers. The concept of a non-Archimedean complex numerical axis is introduced. Some effects of complex-valued physics are considered and methods for experimental verification of the complex-valued nature of physical quantities are proposed.*

DOI: *10.5281/zenodo.3888111*

1. На стадии полупризнания комплексных чисел

К настоящему времени комплексные числа полноправно вошли в обиход математики. Физика же сейчас находится в стадии полупризнания комплексных чисел. С одной стороны, и физика, используя математический аппарат, манипулирует комплексными числами. С другой стороны, здравый смысл рекомендует связывать все наблюдаемые величины исключительно с действительными числами. Комплексному исчислению придается только вспомогательный, формально-математический характер. Ход рассуждений современного физика таков: “Мы живем в реальном мире, поэтому все величины должны описываться реальными числами.” Кажется, что это утверждение является совершенно естественным и не требует какого-то дополнительного обоснования. Данное положение является примером парадигмы и принимается естествоиспытателями фактически на веру. Говорят, что все развитие науки подтверждает этот тезис.

Но, можно привести и противоположные примеры. В теории относительности вводится мнимое время $\tau = i \cdot c \cdot t$. И только в таком виде вместе с тремя пространственными координатами оно образует четырехмерное пространство-время. Четвертая ось пространства-времени является мнимой величиной. В теории относительности, с одной стороны, всегда подчеркивают условный характер мнимого времени. Но, с другой стороны, также всегда замечают, что впервые обнаружена глубоко сущностная связь пространства и времени.

Об основном объекте квантовой механики — комплекснозначной волновой функции говорят, что сама она физическим смыслом не обладает, но квадрат её им обладает. Уже это заключение беспокоит. Но более того, оказывается, что в квантово-механическом принципе суперпозиции должна фигурировать именно волновая функция, не имеющая физического смысла, а не её квадрат, этим смыслом обладающий.

В релятивистской квантовой механике математические соображения о необходимости полноты системы волновых функций заставили ввести представление об уровнях отрицательной энергии. Но энергия покоящейся частицы $E = m \cdot c^2$ может быть отрицательной только в том случае, если приписать либо массе — отрицательное, либо скорости света — мнимое значения. Физическая интерпретация этого результата формального математического аппарата дана Дираком. Он постулировал принципиальную ненаблюдаемость состояний с отрицательной энергией вследствие того, что все уровни с отрицательной энергией заняты частицами, и поэтому никакие переходы между двумя любыми уровнями невозможны (состояние вакуума). Но, постулируя вначале принципиальную ненаблюдаемость таких состояний, физики говорят затем о взаимодействии атома водорода с вакуумом (лэмбовское смещение). Значит фон заполненных состояний с отрицательной энергией — вакуум все-таки проявляет себя в реальности?

При решении дифференциального уравнения приходится вначале решать так называемое характеристическое уравнение. Это уравнение является алгебраическим и решение его ищется на поле комплексных чисел. В теории колебаний, например, комплекснозначными становятся такие величины, как частота и волновой вектор, а значит и обратные им величины – период колебаний и длина волны.

И, наконец, давно известное. Физик, решая алгебраическое уравнение с действительными коэффициентами, получает зачастую комплексные корни. Как их трактовать? Отбор решений производится по так называемому физическому смыслу. В силу каких-то априорных знаний подвергается насилию строгое математическое решение. Пути физики и математики расходятся. Но должны ли они расходиться?

Итак, в математике комплексные числа являются полноправным объектом, но ведь и математика, и физика являются двумя стволами одного и того же процесса познания человеком окружающего мира. Возможно, и для физики наступила пора однозначно ставить в соответствие всем величинам комплексные, а не действительные числа?

2. Комплексификация физики.

Естественным кажется принять следующее определение числа, высказывавшееся, например, А.Н. Колмогоровым (Колмогоров, 1990): число есть отношение двух величин. При таком определении сам факт существования комплексных чисел сразу влечет за собой заключение о существовании комплексных величин. Но основное свойство величин – быть больше или меньше, то есть быть упорядоченными. Следовательно, и комплексные физические величины, так же, как и соответствующие им комплексные числа, должны представлять собой упорядоченные структуры.

2.1. Упорядочение поля комплексных физических величин

Принимая во внимание вышеуказанное, произведем упорядочение поля комплексных чисел. Из теоремы Цермело следует, что любое множество может быть даже вполне упорядочено, причем число способов упорядочения бесконечно. Упорядочим множество комплексных чисел следующим образом, надеясь, что это соответствует, в какой-то мере, объективно существующему упорядочению комплексных физических величин.

Полагаем (см. рис. 1), что для $z' = x' + iy'$ и $z'' = x'' + iy''$

$$\begin{cases} z' < z'', \quad если \;\; x' < x'', \\ если \;\; же \;\; x' = x'', \;\; то \\ z' < z'' \quad при \;\; y' < y''; \end{cases} \tag{1}$$

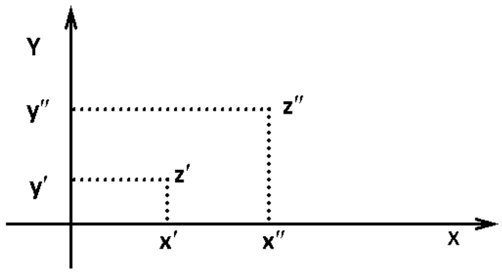

Рис.1. Комплексная плоскость

Если обозначить через ρ порядковый тип множества всех действительных чисел, то множество комплексных чисел оказывается упорядоченным по типу ρ^2 (лексикографически).

Изложенный способ упорядочения множества комплексных чисел хорошо известен, здесь же этот формализм положен в основание определения комплексных физических величин. Если расположить все точки множества комплексных чисел, упорядоченного по типу ρ^2, на прямой (спроектировать плоскость на прямую), то получим комплексную неархимедову числовую ось, поскольку она содержит несчетно много неперекрывающихся отрезков, а именно: мощность этого множества отрезков является мощностью континуума. Множество точек какой-либо вертикальной прямой на рисунке 1 можно отобразить на комплексную ось в виде отрезка произвольной длины, выберем в качестве такого отрезка некоторый сегмент α.

2.2. Неархимедовы комплексные числовые оси

В обычном анализе и геометрии рассматриваются только архимедовы прямые, то есть такие, которые содержат неперекрывающиеся отрезки лишь в счетном числе. Все точки обычных архимедовых прямых действительны.

Стремление следовать логике определения понятия числа как отношения двух величин и проведенное упорядочение множества комплексных чисел приводит к тому, что каждая физическая величина располагается на соответствующей неархимедовой комплексной числовой оси (см. рис. 2).

Интервал β - область комплексных чисел вида $-x \pm iy$; интервал γ - область комплексных чисел вида $x \pm iy$; отрезок α_0 – область мнимых чисел, точки этого отрезка связаны взаимно однозначно с точками мнимой оси $-\infty \le iy \le +\infty$. Каждое действительное число x неархимедовой комплексной числовой оси окружено полем комплексных точек вида $\pm iy + x$ соответствующего сегмента α.

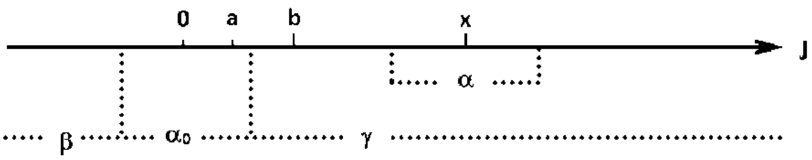

Рис. 2. Неархимедова комплексная числовая ось

ЕВРАЗИЙСКОЕ НАУЧНОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ
EURASIAN SCIENTIFIC ASSOCIATION
www.esa-conference.ru

Изо всех существующих физических величин особым значением обладают три величины – это время, пространство и масса. В механике, по крайней мере, все остальные величины можно выразить через эти три основные величины. Как следует из проведенного выше рассмотрения, каждая из трех величин располагается на соответствующей неархимедовой комплексной числовой оси. Это приводит к нарушению закона сохранения энергии в привычном для нас мире действительных чисел.

Последнее заключение можно проиллюстрировать примером простейшей механической системы – идеальным классическим осциллятором

$$m\ddot{x}+kx=0.$$

Все величины здесь комплексны. Сохраняющейся величиной является комплексная энергия – первый интеграл этого уравнения:

$$\frac{m\dot{x}^2}{2}+\frac{kx^2}{2}=const. \qquad (2)$$

Используя явный комплексный вид величин

$$m=\operatorname{Re}m+i\operatorname{Im}m,\ k=\operatorname{Re}k+i\operatorname{Im}k,\ x=\operatorname{Re}x+i\operatorname{Im}x,\ \dot{x}=\operatorname{Re}\dot{x}+i\operatorname{Im}\dot{x},$$

получим из (2):

$$\begin{cases} A+iB=const \\ где \\ A=\operatorname{Re}m(\operatorname{Re}^2\dot{x}-\operatorname{Im}^2\dot{x})-2\operatorname{Im}m\operatorname{Re}\dot{x}\operatorname{Im}\dot{x}+\operatorname{Re}k(\operatorname{Re}^2x-\operatorname{Im}^2x)-2\operatorname{Im}k\operatorname{Re}x\operatorname{Im}x, \\ B=\operatorname{Im}m(\operatorname{Re}^2\dot{x}-\operatorname{Im}^2\dot{x})+2\operatorname{Re}m\operatorname{Re}\dot{x}\operatorname{Im}\dot{x}+\operatorname{Im}k(\operatorname{Re}^2x-\operatorname{Im}^2x)+2\operatorname{Re}k\operatorname{Re}x\operatorname{Im}x. \end{cases} \qquad (3)$$

Из комплексного соотношения (3) следует, что должны выполняться отдельно равенства:

$$A=const_1, \quad B=const_2. \qquad (4)$$

И только в случае малых мнимых частей $\operatorname{Im}\to 0$ выражение (4) совпадает с привычным для нас соотношением:

$$\frac{\operatorname{Re}m\operatorname{Re}^2\dot{x}}{2}+\frac{\operatorname{Re}k\operatorname{Re}^2x}{2}=const. \qquad (5)$$

В мире комплексных величин энергия – это тоже комплексная величина, сохраняющая свое значение. Энергия, составленная из действительных величин, как это видно из выражения (3), при отличных от нуля мнимостях не сохраняется и стремится к константе, только при $\operatorname{Im}\to 0$.

Можно попытаться исследовать основы геометрии и физики новой реальности, возникшей при введении неархимедовых комплексных числовых осей. Веронезе и Гильберт создали неархимедовы геометрии. В неархимедовой геометрии нельзя характеризовать отношение двух отрезков с помощью обычных чисел. Гильберт (Гильберт, 1948) разработал геометрическое исчисление отрезков, вообще не опираясь на понятие числа, и построил геометрию, исключив аксиому непрерывности, находящуюся в тесной связи с аксиомой Архимеда. А Веронезе выходил на обобщение дедекиндовского определения непрерывности (Медведев, 1993).

Аксиома Архимеда на неархимедовой комплексной числовой оси не выполняется, то есть нельзя найти такое большое натуральное N, чтобы выполнялось Na > b, если a < b (см. рис. 2). Поэтому множество точек отрезка α неархимедовой комплексной оси J можно уподобить множеству актуальных бесконечно малых чисел нестандартного анализа; действительные точки этой оси играют роль стандартных чисел нестандартного анализа. Отрезок α, являясь нестандартной окрестностью стандартного числа, имеет смысл монады нестандартного анализа. Отличие введенной нами комплексной неархимедовой оси от обычно рассматриваемой гипердействительной оси заключается в том, что в этом случае монада состоит из мнимых чисел. Если актуально существующее бесконечное малое число монады нестандартного анализа обозначить ε, то в предложенном нами комплексном нестандартном анализе это число будет иметь вид $i\varepsilon$, где i – мнимая единица.

Примем следующее определение. Элемент $i\varepsilon$ упорядоченного поля является бесконечно малым, если выполняются следующее условие:

$i\varepsilon<1, i\varepsilon+i\varepsilon<1, i\varepsilon+i\varepsilon+i\varepsilon<1$ и т.д.

Число $i\varepsilon$ можно умножать на себя и на любое действительное число. Множество полученных таким образом чисел алгебраически замкнуто. И если мы хотим сохранить все свойства комплексных чисел, то необходимо принять, что на неархимедовой комплексной числовой оси четные степени этого числа $(i\varepsilon)^{2k}$, где k = 1, 2, 3, … переводят его из статуса актуально малого в статус стандартного (действительного) числа. Именно это положение может привести к совершенно необычным результатам, если описывать реально существующий мир предложенной математической моделью комплексной неархимедовой оси. Неархимедову комплексную числовую ось по аналогии с гипердействительной назовем гиперкомплексной. Неархимедову комплексную числовую ось можно рассматривать как осуществившийся пример идеального математического объекта – поля гиперкомплексных чисел.

2.3. Расширение архимедово упорядоченного поля действительных чисел до неархимедово упорядоченного поля комплексных чисел

Множество гипердействительныых числел представляет собой поле, т.е. его элементы обладают следующими свойствами:

(1) a+b=b+a;
(2) a+(b+c)=(a+b)+c;
(3) a+0=a;
(4) a+(-a)=0;
(5) a·b=b·a;
(6) a·(b·c)=(a·b)·c;
(7) a·1=a;
(8) a·(b+c)=a·b+a·c;
(9) a·(1/a)=1 при a≠0.

Кроме арифметических операций на гипердействительных числах задается порядок:

(10) если a>b, b>c, то a>c;
(11) если a>b, то a+c>b+c для любого c;
(12) если a>b, c>0, то a·c>b·c;
если a>b, c<0, то a·c<b·c;

Поле, в котором введен порядок, называется упорядоченным полем.

Вопрос о существовании гипердействительных чисел, т.е. неархимедово упорядоченного поля действительных чисел формулируется следующим образом (Успенский, 1987): можно ли построить расширение множества действительных чисел, для которого выполнялась бы Основная гипотеза. Основная гипотеза требует, чтобы:

(1) имелось некоторое множество гипердействительных чисел *R, для которого
$R \subset {}^*R$;

(2) для каждой функции f из R имелась некоторая функция $^*f$ из *R, являющаяся продолжением исходной;

(3) любая система уравнений и неравенств, гипердействительный аналог которой имеет (гипердействительные) решения, имела действительные решения;

(4) *R содержало бесконечно малые элементы, отличные от нуля.

В работе (Успенский, 1987) показано, что при некоторых условиях этим требованиям можно удовлетворить. Будем считать, что Основная гипотеза выполняется также и для гиперкомплексных чисел. Хотя отмеченное выше свойство перехода актуально малого в статус стандартного отличает ситуацию в гиперкомплексных числах от ситуации в гипердействительных числах. Этот факт требует в строгом смысле дополнительного математического исследования.

2.4. Дифференцирование и интегрирование на неархимедовой комплексной числовой оси

Операции дифференцирования и интегрирования опираются на понятия числа, линейного пространства и на метрические или топологические свойства пространства. Идеология и методы нестандартного анализа могут помочь ввести дифференцирование и интегрирование на неархимедовой комплексной числовой оси.

К настоящему времени развиты нестандартные дифференцирование и интегрирование. Нестандартный анализ оперирует понятиями производных и интегралов в нестандартном универсуме, причем стандартные производные и интеграл определяются как стандартные части соответствующих нестандартных объектов (Девис, 1980):

$$\begin{cases} f'(x_0) =^0 (\dfrac{df}{dx})_{x_o}, \\ f(x)dx =^0 (\int\limits_a^b S(x)dx)_{x_0}. \end{cases} \tag{6}$$

Здесь $f'(x_0) \in R, \int\limits_a^b f(x)dx \in R, (\dfrac{df}{dx})_{x_0} \in {}^*R,$ (7)

где R – поле действительных чисел. Гипердействительный универсум обозначается

$$^*\int\limits_a^b S(x)dx = \sum_{i=1}^{n} r_{i-1}(x_i - x_{i-1}), \tag{8}$$

причем $x \in {}^*J^-$, $J^- = [a,b]-\{b\}$·S является ступенчатой функцией на $^*J$, где $J = [a,b]$.

В случае неархимедовой комплексной оси оперировать следует в нестандартном универсуме, не переходя на заключительной стадии к стандартному универсуму, как это делается в нестандартном анализе, поскольку предполагается, что нестандартный универсум неархимедовой комплексной оси является не идеальным, а реально существующим объектом.

Относительно одной частной проблемы, проблемы гипотетических частиц сверхсветовых скоростей — тахионов. Массе покоя тахионов m_0 приписывают мнимое значение с тем, чтобы полная масса (это сущностная характеристика, ибо тахионы всегда в движении) $m = m_o / \sqrt{1 - V^2 / c^2}$ при v>c была величиной действительной. Если v=c, то m= □ —световой барьер разделяет существование мира тахионов и реального мира. Если же величины обладают комплексной природой с малой мнимой частью, то возможен переход действительной части массы $m = m_o / \sqrt{1 - V^2 / c^2}$ через световой барьер таким образом, что Re(m) конечна при Re(v/c)=1 (см. рис.3,4). По оси абсцисс отложена реальная часть скорости в (м/с), по оси ординат – реальная и мнимая части массы, нормированные на единицу. Мнимая часть полной массы мала по сравнению с реальной частью слева и справа

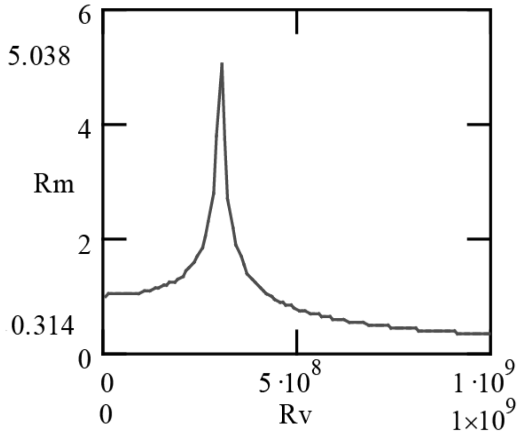

Рис. 3. Зависимость реальной части массы от реальной части скорости

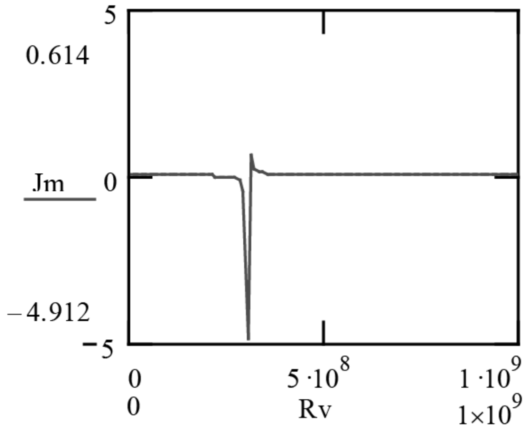

Рис. 4. Зависимость мнимой части массы от реальной части скорости

от барьера, становясь отрицательной и равной ей по модулю на барьере. Расчеты проведены для значений $\mathrm{Im}m_0/\mathrm{Re}m_0 = 10^{-2}$, $\mathrm{Im}c/\mathrm{Re}c = 10^{-4}$, $\mathrm{Im}v/\mathrm{Re}v = -10^{-2}$. При уменьшении этих отношений переходный барьер обостряется и возрастает по амплитуде, приближаясь к обычной картине в реальном случае, оставаясь принципиально конечным, если мнимости малы, но конечны. Появляется возможность перехода через световой барьер с сохранением действительного значения массы и, в каком-то смысле, соединения досветового и сверхсветового миров.

3.О постановке тестового эксперимента

Таким образом, классический механический осциллятор с максимально возможной частотой □ ≈ 10^{11} Гц и минимальным трением γ = 0,05 Гц·г, (эти два требования выводят его на грань квантового мира) является одной из наиболее приемлемых экспериментальных систем для проведения опытных исследований с целью обнаружения возможной комплексной природы физических величин. Надеяться обнаружить этот эффект можно скорее в областях, далеких от обыденной практики. Для обеспечения таких характеристик осциллятора необходимы криогенная и вакуумная техника (Брагинский и др.,1981). Полученные результаты свидетельствуют, что флуктуации мнимых частей дополнительных условий и параметров приводят в этом случае к воздействию на действительную часть решения, принципиально отличному от воздействия на него флуктуаций их действительных частей. В серии опытов, демонстрирующих обычное, сходящееся решение, можно обнаружить некоторое количество расходящихся решений, обусловленных мнимыми частями коэффициентов и времени.

4.Заключение

С одной стороны физика не может уже не использовать комплексные числа. Так в физике плазмы введена комплексная частота $\omega \to \omega + i\delta$, а значит и обратная ей величина – время тоже комплексно (эффект бесстолкновительного затухания Ландау). В квантовой электродинамике, в теории возмущений введена комплексная масса $m \to m + i\delta$. Комплексные числа перестали быть только объектом математической реальности и перешли в физическую реальность. Однако господствующая идеология по-прежнему требует ставить в соответствие физическим величинам действительные числа. Причем, только на последнем этапе; в самом же процессе преобразований использование комплексных чисел допускается. В результате возникает логическая и интеллектуальная неудовлетворенность.

Нами введено понятие неархимедовой комплексной числовой оси. Рассмотрены некоторые эффекты комплекснозначной физики и предложены методы экспериментальной проверки комплекснозначности физических величин.

Сейчас в физике интенсивно используется обобщение комплексных чисел - гиперкомплексные числа. Начиная с Эйлера, предложившего геометрическую интерпретацию комплексных чисел на плоскости и Гамильтона, предложившего кватернионы для описания трехмерного пространства, гиперкомплексные числа используются для создания адекватной геометрии пространства. С целью преодоления трудностей, вошедших в физику с введением таких объектов как “темная материя” и “темная энергия” ведется работа по созданию новой геометрии пространства-времени – финслеровой геометрии с метрикой Бервальда-Моора, основанной на квадрочислах (Раунд, 1981; Shen, 2001; Antonelli, 2003; Павлов, 2010; Панчелюга, 2010). Эта геометрия является обобщением римановой геометрии.

Предложенная комплексификация не лежит в русле создания геометрических моделей пространства на основе обобщения комплексных чисел, она только предлагает рассматривать все физические величины на поле комплексных чисел в обычном трехмерном эвклидовом пространстве.

В предисловии к “Закату Европы” О. Шпенглера (Шпенглер, 2003) переводчик и философ И.И. Маханьков высказывает глубокую мысль: “Осваивать космическое пространство, продвигаясь от звезды до звезды, глупо и отдает дурной бесконечностью. Надо осваивать внутреннее пространство, а именно пространство души, которое должно оказаться в конце тождественным пространству внешнему. Будущей русской математике суждено описывать пространство душевное.”

Управляя мнимыми частями комплексных физических величин, можно получать невероятные с современной рационалистической точки зрения результаты. Можно, например, развивать сверхсветовые скорости движения. Но осуществить все это можно в сочетании усилий собственной души и Мирового Душевного Универсума (Ляхов, 2020). Надо войти в Космос не через заднюю дверь, за которой стоит все необходимое для хозяйства – ракеты, лазеры, мазеры, а, собравшись с духом, через Центральный вход в Мировой Душевный Универсум.

Литература:

1. Брагинский В.Б., Митрофанов В.П., Попов В.И. (1981). «Системы с низкой диссипацией», Москва, Наука.
2. Гильберт Д. (1948). «Основы геометрии», Москва-Ленинград, Государственная техническая пресса.
3. Дэвис, М. (1980). «Прикладной нестандартный анализ», Москва, Мир.
4. Колмогоров А.И. (1990). «О понятиях количества и числа», сборник «Историко-математические исследования», Том 32-33, Москва, Наука.
5. Ляхов В.В. (2020). “За час до рассвета (физика между прошлым и будущим)”, в сб. 62 международной научно-практической конференции ЕНО “Актуальные вопросы развития науки в мире”. Россия, Москва, 29-30 апреля, 2020.
6. Медведев Ф.А. (1993). «Лузин о неархимедовом времени», Сборник «Историко-математические исследования», вып. 34, Москва, Наука.
7. Павлов Д.Г. (2010). О 5-ой Международной школе-семинаре “Основы финслеровой геометрии и ее приложения в физике,” Гиперкомплексные числа в геометрии и физике, № 2 (14), том 7.
8. Панчелюга, В.А. (2010). «Бенуа Мандельброт: путь к фрактальной геометрии природы», гиперкомплексные числа в геометрии и физике, № 2 (14), том 7.
9. Раунд, Х. (1981). «Дифференциальная геометрия финслеровых пространств», Москва, Наука.
10. Успенский В.А. (1987) Что такое нестандартный анализ? М., Наука, 1987
11. Шпенглер О. (2003). “Закат Европы”, т. 1, М, Айрис Пресс.
12. Antonelli, P.L.(2003). “Handbook of Finsler Geometry”, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.
13. Shen, Z. (2001). “Differential Geometry of Spray and Finsler Spaces”, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.