Арифметическая прогрессия – ключ к решению проблемы Гольдбаха и уравнения Била

Кульшаева Татьяна Вячеславовна
г. Саратов (Российская Федерация)

Ключевые слова: *открытые темы математики, проблема Гольдбаха, уравнение Била, арифметическая прогрессия.*

На сайте Американского математического общества было предложено решить уравнение ($A^x + B^y = C^z$), известное как «гипотеза Била». Известно, что A, B, C, x, y и z — положительные целые числа, x, y и z — больше 2-х, а и A, и B, и C делятся на одно и тоже число.

Представитель сообщества Майкл Брин сообщил Associated Press, что это уравнение сложнее «теоремы Ферма», доказательство которой не могли найти с XVII века до 1995 года [1].

Возникает вопрос: почему проблема Била не решена в течение достаточно долгого времени? Банкир Бил специально сделал акцент на условии, что x, y и z — больше 2-х, тем самым давая понять, что алгоритм решения для показателей степени 1 и 2 будет отличным от алгоритма решения для остальных степеней. Этим он подчеркнул, что единого алгоритма решения не существует. Но это не так. Распределение простых чисел давно интересует математиков. Ведь любое число большее 1 можно разделить на одно или несколько простых чисел. Недавно я попыталась доказать, что проблема Гольдбаха (проблема распределения простых чисел) решается с помощью арифметической прогрессии [2]. В данной работе показано, что гипотеза Била может быть раскрыта с помощью этого же алгоритма.

Проблема Гольдбаха давно интересовала математиков. До недавнего времени, она входила в число открытых тем математики. До сих пор, эта проблема полностью не решена.

Тернарная теория - любое нечетное число, больше 5, можно представить в виде суммы трех простых чисел.

Бинарная теория - любое четное число, больше 2, можно представить в виде суммы двух простых чисел.

Трудность состоит в том, что ряд простых чисел не составляет ни арифметическую, ни геометрическую прогрессию; поэтому найти единый алгоритм решения довольно трудно. Некоторые математики утверждали, что единого алгоритма не существует. Но математика - точная наука и почти все гипотезы с течением времени становятся теоремами.

Для решения данной задачи, необходимо получить прогрессию (арифметическую или геометрическую). Проведя некоторые преобразования, я получила арифметическую прогрессию, с помощью которой возможно находить все слагаемые, минуя прямой пересчет.

Бинарная теория - любое четное число, больше 2, можно представить в виде суммы двух простых чисел.

Для решения поставленной задачи, необходимо выразить само число и все слагаемые через одно число.

Для 2: **$2=x_1$**, $3=x_1+1$, $5=x_1+3$, $7=x_1+5$, $9=x_1+7$, $11=x_1+9$, $13=x_1+11$, $15=x_1+13$, $17=x_1+15$, $19=x_1+17$, $21=x_1+19$, $23=x_1+21$.

Для 3: $2=x_1-1$, **$3=x_1$**, $5=x_1+2$, $7=x_1+4$, $9=x_1+6$, $11=x_1+8$, $13=x_1+10$, $15=x_1+12$, $17=x_1+14$, $19=x_1+16$, $21=x_1+18$, $23=x_1+20$.

Для 5: $2=x_1-3$, $3=x_1-2$, **$5=x_1$**, $7=x_1+2$, $9=x_1+4$, $11=x_1+6$, $13=x_1+8$, $15=x_1+10$, $17=x_1+12$, $19=x_1+14$, $21=x_1+16$, $23=x_1+18$.

Для 7: $2=x_1-5$, $3=x_1-4$, $5=x_1-2$, **$7=x_1$**, $9=x_1+2$, $11=x_1+4$, $13=x_1+6$, $15=x_1+8$, $17=x_1+10$, $19=x_1+12$, $21=x_1+14$, $23=x_1+16$.

Разложим числа 4, 6,8, 10, 16.

Для **$2=x_1$** : $4 = 2+2$ или $x_1+2=x_1+x_1$ или $x_1+2=2x_1$

Для **$3=x_1$**: $6=3+3$ или $x_1+3=x_1+x_1$ или $x_1+3=2x_1$

$8=3+5$ или $x_1+5=x_1+x_1+2$ или $x_1+5=2x_1+2$

$10=3+7$ или $x_1+7=x_1+x_1+4$ или $x_1+7=2x_1+4$

$16=3+13$ или $x_1+13=x_1+x_1+10$ или $x_1+13=2x_1+10$

Подобным образом заполним таблицу. Для удобства дальнейших расчетом протягиваем арифметическую прогрессию.

Таблица 1. **Бинарное разложение чисел 4,6 и 8**

		$x_1 = 2$	$x_1 = 3$	$x_1 = 5$
1.	$4 = 2+2$	$2x_1$	$2x_1-2$	$2x_1-6$
2.	$6 = 3+3$	$2x_1+2$	$2x_1$	$2x_1-4$
3.	$8 = 3+5$	$2x_1+4$	$2x_1+2$	$2x_1-2$

Алгоритм решения.

1). Получили арифметическую прогрессию, начиная с $x_1 = 3$.

Шаг арифметической прогрессии d1=2 (по вертикали) и d2=-4 (по горизонтали) (исключение составляет d2 (-2) между $x_1 = 2$ и $x_1 = 3$).

2). Существует два варианта:

- слагаемые одинаковые;
- слагаемых разные.

Слагаемые одинаковые.

Рассматриваем горизонтальный ряд для числа 10. Рассматриваем только вторые слагаемые. Получаем ряд: 6,4,0 ($2x_1$),-4,-8,-12,-16.

Если отсутствует второе слагаемое, т.е. 0 ($2x_1$), то данное число раскладывается на два одинаковых слагаемых, каждое из которых равно x_1 ($10 = 5+5$).

Слагаемые разные.

Рассматриваем горизонтальный ряд для числа 10. Рассматриваем только вторые слагаемые. Получаем ряд: 6,4,0 ($2x_1$),-4,-8,-12,-16. Если сумма вторых слагаемых равна нулю, то данное число можно разложить на два слагаемых, каждое из которых равно значению x_1 в первом ряду ($10 = 3+7$).

Таблица 2. **Бинарное разложение числа 10**

		$x_1 = 2$	$x_1 = 3$	$x_1 = 5$	$x_1 = 7$
	$10 = 3+7$ $10 = 5+5$	$2x_1+6$	$2x_1+4$	$2x_1$	$2x_1-4$

Вывод. Любое четное число, больше 2, можно представить в виде суммы двух простых чисел, рассматривая соответствующие арифметические прогрессии.

Доказано.

Тернарная теория - любое нечетное число, больше 5,

ЕВРАЗИЙСКОЕ НАУЧНОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ
EURASIAN SCIENTIFIC ASSOCIATION

можно представить в виде суммы трех простых чисел.

Для решения поставленной задачи, необходимо выразить само число и все слагаемые через одно число.

Для 2: $2=x_1$, $3=x_1+1$, $5=x_1+3$, $7=x_1+5$, $9=x_1+7$, $11=x_1+9$, $13=x_1+11$, $15=x_1+13$, $17=x_1+15$, $19=x_1+17$, $21=x_1+19$, $23=x_1+21$.

Для 3: $2=x_1-1$, $3=x_1$, $5=x_1+2$, $7=x_1+4$, $9=x_1+6$, $11=x_1+8$, $13=x_1+10$, $15=x_1+12$, $17=x_1+14$, $19=x_1+16$, $21=x_1+18$, $23=x_1+20$.

Для 5: $2=x_1-3$, $3=x_1-2$, $5=x_1$, $7=x_1+2$, $9=x_1+4$, $11=x_1+6$, $13=x_1+8$, $15=x_1+10$, $17=x_1+12$, $19=x_1+14$, $21=x_1+16$, $23=x_1+18$.

Для 7: $2=x_1-5$, $3=x_1-4$, $5=x_1-2$, $7=x_1$, $9=x_1+2$, $11=x_1+4$, $13=x_1+6$, $15=x_1+8$, $17=x_1+10$, $19=x_1+12$, $21=x_1+14$, $23=x_1+16$.

Разложим числа 7,9,11 на три слагаемые.

Для $2=x_1$:7 = 2+2+3 или $x_1+5=x_1+x_1+x_1+1$ или $x_1+5=3x_1+1$

9=2+2+5 или $x_1+7=x_1+x_1+x_1+3$ или $x_1+5=3x_1+3$

9=3+3+3 или $x_1+7=x_1+1+x_1+1+x_1+1$ или $x_1+5=3x_1+3$

11=2+2+7 или $x_1+9=x_1+x_1+x_1+5$ или $x_1+9=3x_1+5$

11=3+3+5 или $x_1+9=x_1+1+x_1+1+x_1+3$ или $x_1+9=3x_1+5$

Подобным образом заполним таблицу. Для удобства дальнейших расчетом протягиваем арифметическую прогрессию.

Таблица 3. **Тернарное разложение чисел 7, 9, 11 и 13**

		$x_1=2$	$x_1=3$	$x_1=5$	$x_1=7$	$x_1=9$	$x_1=11$	$x_1=13$
1.	7 = 2+2+3	$3x_1+1$	$3x_1-2$	$3x_1-8$	$3x_1-14$	$3x_1-20$	$3x_1-26$	$3x_1-32$
2.	9 = 2+2+5 9 = 3+3+3	$3x_1+3$	$3x_1$	$3x_1-6$	$3x_1-12$	$3x_1-18$	$3x_1-24$	$3x_1-30$
3.	11 = 2+2+7 11 = 3+3+5	$3x_1+5$	$3x_1+2$	$3x_1-4$	$3x_1-10$	$3x_1-16$	$3x_1-22$	$3x_1-28$
4.	13 = 3+3+7 13 = 5+5+3	$3x_1+7$	$3x_1+4$	$3x_1-2$	$3x_1-8$	$3x_1-14$	$3x_1-20$	$3x_1-26$

Алгоритм решения.

1). Получили арифметическую прогрессию, начиная с $x_1 = 3$.

Шаг арифметической прогрессии d1=2 (по вертикали) d2=-6 (по горизонтали) (исключение составляет d2 (-3) между $x_1 = 2$ и $x_1 = 3$).

2). Существует три варианта:

- три одинаковых слагаемых;
- два одинаковых слагаемых;
- три слагаемых разные.

Таблица 4. **Тернарное разложение числа 15**

		$x_1=2$	$x_1=3$	$x_1=5$	$x_1=7$
	15 = 2+2+11 15 = 3+5+7 15 = 5+5+5	$3x_1+9$	$3x_1+6$	$3x_1$	$3x_1-6$

Три одинаковых слагаемых.

Рассматриваем горизонтальный ряд для числа 15. Для вычислений используем только вторые слагаемые. Получаем ряд: 9,6,0 $3x_1(0)$,(-6). Если отсутствует второе слагаемое, т.е. 0 ($3x_1$), то данное число раскладывается на три одинаковых слагаемых, каждое из которых равно x_1.

Два одинаковых слагаемых.

Если сумма второго слагаемого и x_1 равна простому числу, то данное число можно разложить на два одинаковых слагаемых (равных x_1) и слагаемое, являющейся суммой второго слагаемого и x_1. То есть, получим два одинаковых слагаемых, равные x_1 и третье слагаемое (11=9+2).

Три слагаемых разные.

Если сумма трех вторых слагаемых равна 0 ((+6)+0+(-6)=0), то данное число можно разложить на три разных слагаемых, каждое из которых равно значению x_1 в первом ряду таблицы (15 = 3+5+7).

Доказано [2].

Вернемся к гипотезе Била.

Алгоритм решения.

•Сначала применяем бинарную теорию Гольдбаха, затем тернарную.

•Берем наибольшее слагаемое. Оно должно быть четное (применяем бинарную теорию). По таблице определяем, при каком значении x возможно разложение этого числа на два одинаковых слагаемых.

•Складываем два слагаемых уравнения - получаем нечетное число

(применяем тернарную теорию). По таблице определяем, при каком значении x возможно разложение этого числа на три одинаковых слагаемых.

•При совпадении этих значений (x_1) записываем данное значение числа как сумму (C) уравнения Била. Это же число будет являться и общим делителем для A, B и C.

Остается только подобрать показатели степеней чисел, соответствующих A, B и C.

Рассмотрим уравнение $3^3+6^3=3^5$.

Таблица 5. **Бинарное разложение числа 6 (большее из слагаемых уравнения)**

		$x_1=2$	$x_1=3$	$x_1=5$
1.	6 = 3+3	$2x_1+2$	$2x_1$	$2x_1-4$

6=3+3 ($2x_1$).

Таблица 6. **Тернарное разложение числа 9 (3+6=9) (сумма слагаемых уравнения)**

		$x_1=2$	$x_1=3$	$x_1=5$
1.	9 = 2+2+5 9 = 3+3+3	$3x_1+3$	$3x_1$	$3x_1-6$

9=3+3+3 ($3x_1$).

Значения x_1 и при бинарном разложении, и при тернарном совпали (x_1=3). Записываем это значение как сумму (C). То есть: $3^x + 6^y = 3^z$. Осталось подобрать только значения степеней: x, y и z. Это же значение (x_1=3) является и общим делителем для A, B и C.

Уравнение $9^3+18^3=9^4$.

Таблица 7. **Бинарное разложение числа 18 (большее из слагаемых уравнения)**

		$x_1=2$	$x_1=3$	$x_1=5$	$x_1=7$	$x_1=9$	$x_1=11$	$x_1=13$
1.	18 = 11+7	$2x_1+14$	$2x_1+12$	$2x_1+8$	$2x_1+4$	$2x_1$	$2x_1-4$	$2x_1-8$

	18 = 13+5							

6=9+9 ($2x_1$).

Таблица 8. **Тернарное разложение числа 27 (9+18=27) (сумма слагаемых уравнения)**

		$x_1 = 2$	$x_1 = 3$	$x_1 = 5$	$x_1 = 7$	$x_1 = 9$	$x_1 = 11$	$x_1 = 13$
1.	27	$3x_1+21$	$3x_1+18$	$3x_1+12$	$3x_1+6$	$3x_1$	$3x_1-6$	$3x_1-12$

27=9+9+9 ($3x_1$).

Значения x_1 и при бинарном разложении, и при тернарном совпали (x_1=9). Записываем это значение как сумму (С). То есть: $9^x + 18^y = 9^z$. Осталось подобрать только значения степеней: x, y и z. Это же значение (x_1=9) является и общим делителем для А, В и С.

Уравнение $3^2+4^2=5^2$.

Таблица 9. **Бинарное разложение числа 4 (большее из слагаемых уравнения)**

		$x_1 = 2$	$x_1 = 3$	$x_1 = 5$	$x_1 = 7$
1.	4 = 2+2	$2x_1$	$2x_1-2$	$2x_1-6$	$2x_1-10$

4=2+2 ($2x_1$).

Таблица 10. **Тернарное разложение числа 7 (3+4=7) (сумма слагаемых уравнения)**

		$x_1 = 2$	$x_1 = 3$	$x_1 = 5$	$x_1 = 7$
1.	7 = 2+2+3	$3x_1+1$	$3x_1-2$	$3x_1-8$	$3x_1-14$

Как видим, число 7 нельзя разложить на три одинаковых слагаемых - отсутствует $3x_1$. Значения x_1 при бинарном разложении и тернарном разложении не совпали. Это означает, что общего делителя для А, В и С не существует.

Уравнение $3^5+10^2=7^3$.

Таблица 11. **Бинарное разложение числа 10 (большее из слагаемых уравнения)**

		$x_1 = 2$	$x_1 = 3$	$x_1 = 5$	$x_1 = 7$
1.	10 = 3+7 10 = 5+5	$2x_1+6$	$2x_1+4$	$2x_1$	$2x_1-4$

10=5+5 ($2x_1$).

Таблица 12. **Тернарное разложение числа 13 (3+10=13) (сумма слагаемых уравнения)**

		$x_1 = 2$	$x_1 = 3$	$x_1 = 5$	$x_1 = 7$
1.	13 = 3+3+7 13 = 5+5+3	$3x_1+7$	$3x_1+4$	$3x_1-2$	$3x_1-8$

Как видим, число 13 нельзя разложить на три одинаковых слагаемых - отсутствует $3x_1$. Значения x_1 при бинарном разложении и тернарном разложении не совпали. Это означает, что общего делителя для А, В и С не существует.

Уравнение $5^2+10^2=5^3$.

Таблица 13. **Бинарное разложение числа 10 (большее из слагаемых уравнения)**

		$x_1 = 2$	$x_1 = 3$	$x_1 = 5$	$x_1 = 7$
1.	10 = 3+7 10 = 5+5	$2x_1+6$	$2x_1+4$	$2x_1$	$2x_1-4$

10=5+5 ($2x_1$).

Таблица 14. **Тернарное разложение числа 15 (5+10=15) (сумма слагаемых уравнения)**

		$x_1 = 2$	$x_1 = 3$	$x_1 = 5$	$x_1 = 7$
1.	15 = 2+2+11 15 = 3+5+7 15 = 5+5+5	$3x_1+9$	$3x_1+6$	$3x_1$	$3x_1-6$

Значения x_1 и при бинарном разложении, и при тернарном совпали (x_1=5). Записываем это значение как сумму (С). То есть: $5^x + 10^y = 5^z$. Осталось подобрать только значения степеней: x, y и z. Это же значение (x_1=5) является и общим делителем для А, В и С.

Выводы:

•Доказано, что при решении уравнения Била отсутствует хаотичность, а имеется четкий алгоритм действий. При этом используются принципы решения проблемы Гольдбаха, которая, в свою очередь, решается с помощью арифметической прогрессии. В принципе, можно раскладывать числа, не применяя теорию Гольдбаха, но в данном случае, необходимо показать, что в основе решения лежит принцип разложения числа на два или три числа. То есть сумма слагаемых уравнения Била должна раскладываться на три одинаковых слагаемых, каждое из которых равно меньшему слагаемому уравнения Била (показатели степеней чисел роли не играют). При этом, если в уравнении $A^x + B^y = C^z$ (при условии, что А - четное, В-нечетное и А=2В) подобрать соответствующие значения степеней чисел А, В, С, то А, В и С будут иметь общий делитель. При этом показатели степени могут быть различными, включая 1 и 2.

•С помощью данного алгоритма можно определить значение С.

Литература:

1. Премия Била (The Beal Prize) за решение математического уравнения (гипотеза Била) [Электронный ресурс] / www.rsci.ru [Электронный ресурс]. URL:http://www.rsci.ru (дата обращения: 28.05.2014). Загл. с экрана. яз. русский.

2. Кульшаева Т. В. Проблема Гольдбаха решается с помощью арифметической прогрессии [Электронный ресурс]/ www.nanometer.ru [Электронный ресурс]. URL: http://www.nanometer.ru/2014/05/09/otkritie_temi_matematiki_414396.html (дата обращения: 21.06.2014). Загл. с экрана, яз. русский.