

К вопросу о статистической интерпретации волновой функции

Кудрявцев Юрий Сергеевич, кандидат технических наук.

Рассмотрены возражения авторов статистической интерпретации волновой функции против исходной интерпретации Шредингера. Не выявлено ни одного из них, имеющего существенное значение для обоснования необходимости перехода к статистической интерпретации, или не вызывающего в настоящее время обоснованных сомнений.

Выдвинуто предположение, что опирающийся на эти аргументы отказ от исходной «причинной» интерпретации Шредингера требует пересмотра.

Показано, что высокая важность вопроса определяется не только тем, что статистическая интерпретация связана с отказом от «причинности», против которого решительно возражали Эйнштейн, Шредингер и Де Бройль, но и тем, что она фактически эквивалентна отказу от дальнейшего поиска путей более полного описания природы.

1. Введение

Как известно, Альберт Эйнштейн, создавший самую совершенную из существующих сегодня физических теорий, высоко оценивал значение квантовой механики и совершенство ее математической теории, но физическую интерпретацию ее утверждений считал совершенно неудовлетворительной, поскольку она противоречила самой основе его физического мировоззрения, которая может быть выражена одной короткой фразой - мир реален:

«Единственной приемлемой пока интерпретацией уравнения Шредингера является статистическая интерпретация, данная Борном. Однако она не описывает реального состояния отдельной системы, а только позволяет делать статистические высказывания об ансамблях систем.

По моему мнению, в принципе неверно класть в основу физики такие теоретические представления, поскольку нельзя отказаться от возможности объективного описания отдельной микросистемы (от описания «реального состояния») без того, чтобы физическая картина мира в известной степени «скрылась в тумане». В конце концов, кажется неизбежным представление, что физика должна стремиться к описанию реального состояния отдельной системы. Природу в целом можно рассматривать только как отдельную (однократно существующую) систему, а не как «ансамбль систем» [1] (здесь и далее цитаты из русских изданий).

«Я нисколько не сомневаюсь, что современная квантовая теория (точнее, «квантовая механика») дает наиболее полное совпадение с опытом, коль скоро в основу описания в качестве элементарных понятий положены понятия материальной точки и потенциальной энергии. Однако то, что я считаю неудовлетворительным в этой теории, состоит в интерпретации, которую дают « Ψ -функции» [2].

Первооткрыватель волнового уравнения и волновой « Ψ -функции» Эрвин Шредингер рассматривал квадрат амплитуды волновой функции как плотность материи и электрического заряда распределенной в пространстве волны-частицы [3][4]. Упомянутая Эйнштейном статистическая (вероятностная) интерпретация волновой функции была предложена Максом Борном позднее. Борн рассматривал квадрат амплитуды волновой функции не как плотность пространственного распределения заряда и массы частицы, а как вероятность того, что частица, рассматриваемая не как распределенный в пространстве объект, а как материальная точка, располагается в данный момент в данном элементе объема пространства [4]. После знаменитого Сольевеевского Конгресса 1927 года именно эта интерпретация волновой функции стала одним из основных положений ортодоксальной «Копенгагенской интерпрета-

ции квантовой механики», вот уже 90 лет остающейся если не основной, то наиболее распространенной теорией физики микромира [5][6].

Шредингер, как и Эйнштейн, относился к этой интерпретации отрицательно. В письме к Эйнштейну от 18 ноября 1950 г. [7] он пишет: *«Вероятность — это высказывание о том, существует или не существует что-то, следовательно, это высказывание о сомнении. ... Приверженцы квантовой механики часто ведут себя так, как будто высказывания о вероятности должны применяться как раз к событиям, реальность которых неясна. ... Они обвиняют нас в метафизической ереси за то, что мы держимся этой «реальности». На это можно возразить, что метафизическое значение этой действительности нам совершенно ясно. Она получается, так сказать, как пересечение констатации многих, даже всех мыслимых, отдельных наблюдателей. Это экономичный метод обобщения их открытий, которые без связи распались бы, если бы мы отказались от этого образа мысли до того, как найдем ему замену, по крайней мере, столь же полезную. Нынешняя квантовая механика не дает замены. Она вовсе не знает этой проблемы. Она проходит мимо нее с резвой наивностью».*

Описанное противоречие во взглядах на квантовую механику между двумя группами ведущих физиков мира — Эйнштейн, Де Бройль и Шредингер с одной стороны, и Борн, Гейзенберг, и Бор с другой, имело под собой естественное основание — недостаточность имевшихся в то время экспериментальных данных для уверенного подтверждения одной или другой точки зрения. Но за прошедшие после той давней дискуссии десятилетия выполнено множество новых физических экспериментов. Получен целый ряд экспериментальных результатов, которые с точки зрения принятой за основу квантовой теории характеризуются как удивительные и даже парадоксальные [8][9].

В [10][11] показано, что результаты, полученные в экспериментах с фотонами, перестают быть парадоксальными, если рассматривать их с точки зрения следующего из специальной теории относительности вывода, согласно которому собственное время жизни фотона на его пути от источника до приемника всегда равно нулю. Вывод о нулевом собственном времени жизни фотона позволяет объяснить результаты экспериментов, не поддающиеся удовлетворительной интерпретации с точки зрения ортодоксальной квантовой механики.

Представляется целесообразным рассмотреть, не могут ли эти результаты оказать влияние и на аргументацию статистической интерпретации волновой функции.

2. Аргументы статистической интерпретации

Исходная интерпретация волновой функции созданным ей в 1925 году Шредингером, на которой он настаивал в течение всей своей дальнейшей научной жизни, не имела ничего общего со статистической интерпретацией ортодоксальной квантовой механики. Позиция автора волновой функции была сформулирована им предельно точно. О результатах решения волнового уравнения для электрона он писал: «заряд электрона не сосредоточен в одной точке, а распределен по всему пространству с плотностью, пропорциональной величине $\psi\psi^*$ » [3]. Поэтому для решения поставленной выше задачи требуется прежде всего анализ аргументов, выдвинутых против этой исходной позиции авторами альтернативной статистической интерпретации, предложенной Борном в 1926 году.

В работах ведущих авторов статистической интерпретации Борна, Гейзенберга и Бора содержится целый ряд аргументов против исходной позиции Шредингера, призванных показать ее неприемлемость и необходимость перехода к статистическому рассмотрению:

- принцип неопределенности Гейзенберга, положивший конец представлениям классической физики о возможности одновременного точного определения координат и импульса частицы [4][5][12][13][14];

- совпадение основанных на теории расчетов с опытными данными: «Полученные результаты хорошо согласуются с опытом (Борн, Бете, Мотт, Месси). Это дает все основания верить в правильность принятого нами принципа, связывающего амплитуду волны с числом частиц (иначе говоря, с вероятностью)» [13];

- зависимость волновой функции от координат всех включенных в рассмотрение частиц, что позволяет интерпретировать ее как функцию, определенную не в трехмерном физическом, а в многомерном «конфигурационном» пространстве [5][6][12];

- комплексный характер волнового уравнения и волновой функции [14][15];

- дискретность взаимодействий («элемент прерывистости») [5];

- расплывание «волнового пакета» [12][13];

- принцип суперпозиции состояний, который Нильс Бор считал фактором, исключающим возможность «причинного» описания [15].

Рассмотрим перечисленные аргументы с точки зрения их значения для обоснования перехода к альтернативной интерпретации Борна.

- Автор принципа неопределенности Гейзенберг характеризует его значение следующим образом: «Тем самым было установлено, что старые понятия не совсем точно удовлетворяют природе» [5]. «всякое высказывание о том, что на самом деле происходит или произошло, является высказыванием, использующим понятия классической физики. Оно по самой своей природе вследствие законов термодинамики и соотношения неопределенностей оказывается неполным» [5].

Неточность и неполнота понятий имеют значение, однако не эквивалентны их отсутствию и необходимости отказа от них и не связаны с необходимостью перехода к статистической интерпретации волновой функции.

Автор статистической интерпретации Борн связывает принцип неопределенности с понятием частицы следующим образом: «Концепция частицы, например, частичка песка, неявно содержит мысль, что она находится в определенном положении и имеет определенную скорость. Но согласно квантовой механике невозможно одновременно

определить с любой желаемой точностью и положение, и скорость (точнее импульс, т.е. массу, умноженную на скорость)» [4].

Тем самым априори устанавливается связь с понятием о частице как о точечном объекте («песчинка») и отбрасывается исходное представление Шредингера о частице как об объекте, распределенном в пространства в соответствии с квадратом амплитуды волновой функции. Таким образом, принцип неопределенности противоречит не исходной модели Шредингера, а априорному взгляду на частицу как классический точечный объект. И именно это противоречие решается затем введением статистической интерпретации.

Поэтому принцип неопределенности не может рассматриваться как существенное основание для отказа от исходной интерпретации Шредингера.

- Совпадение основанных на теории расчетов с опытными данными также не может быть таким основанием. Можно утверждать это с уверенностью, поскольку математическая схема квантовой теории была разработана до появления этой интерпретации. Из воспоминаний Гейзенберга: «мы были убеждены, что математическая схема квантовой, или волновой, механики уже приняла окончательный вид. Она не допускала изменений, и нам предстояло выполнять все свои вычисления по ее схеме. А с другой стороны, никто не знал, как представить по этой схеме такой простой случай, как прохождение электрона в камере Вильсона. Борн сделал первый шаг, рассчитав с помощью теории Шредингера вероятность процессов столкновения; он предложил считать, что квадрат волновой функции — это не плотность электрического заряда, как думал Шредингер, а показатель вероятности обнаружения электрона в данной точке» [12].

Это подтверждает в своих воспоминаниях и Бор. Описывая Сольвеевский конгресс 1927 года, на котором была сформулирована Копенгагенская интерпретация, он пишет: «задача математического аппарата квантовой теории состоит в том, чтобы определить математические ожидания для наблюдений, производимых в заданных экспериментальных условиях. В этой связи было указано, что разрешение всех противоречий обеспечивается математической согласованностью аппарата и исчерпывающим характером описания в той области, в которой он применим к любому воображаемому экспериментальному устройству» [12]. Таким образом, в тот момент, когда была принята статистическая интерпретация, уже имелся математически согласованный аппарат квантовой механики, обеспечивающий, по определению Бора, исчерпывающий характер описания.

Приведенная выше цитата из Эйнштейна о математическом аппарате и интерпретации волновой функции [2] также отражает отсутствие связи между точностью расчетов и правомочностью статистической интерпретации.

- Ссылки на волновую функцию как на функцию, определенную не в трехмерном, а в многомерном «конфигурационном» пространстве, показывают, что она является функцией координат всех включенных в рассмотрение частиц. Однако итоговое значение квадрата ее амплитуды описывает распределение некой величины в физическом трехмерном пространстве. При этом она рассчитывается с использованием математического аппарата, появившегося, как показано выше, до появления обеих интерпретаций. В интерпретации Шредингера она представляет пространственную плотность распределенной материи и заряда

частицы, а в статистической интерпретации — вероятность нахождения точечной частицы в этой точке пространства. Но ее значение не зависит от выбранной интерпретации. Соответственно, данный аргумент не может являться фактором выбора между ними и не может иметь существенного значения для обоснования отказа от исходной интерпретации Шредингера.

- Комплексный характер волнового уравнения и волновой функции естественным образом вытекает из гармонического характера волновой функции. Волновая функция описывает объект, участвующий в гармоническом колебательном процессе с частотой Де Бройля, который является необходимым условием существования «волны-частицы». Ее комплексный характер в соответствии с формулой Эйлера отражает необходимость учета фаз этого колебательного процесса и не может служить основанием для отказа от интерпретации Шредингера и перехода к статистической интерпретации.

- Вернер Гейзенберг, критикуя позицию Шредингера, возражающего против статистической интерпретации волновой функции, приводит аргумент, который невозможно подвергнуть сомнению: «Шредингер не может этим устранить из мира элемент прерывности, который в атомной физике обнаруживается повсюду, например очень наглядно — на скинтилляционном экране» [5]. Но приведенный им пример говорит только о том, что используемый нами измерительный прибор или детектор всегда состоит из большого количества дискретных элементов (атомов, молекул), и наша частица может вступить во взаимодействие либо с одним, либо с другим из них. Независимо от того, является ли сама она объектом, распределенным в пространстве — по Шредингеру, или точечным объектом, появляющимся в той или иной точке пространства с некоторой вероятностью — по Борну. Таким образом, этот аргумент также нельзя отнести к существенным основаниям статистической интерпретации.

Таким образом, ни один из рассмотренных выше аргументов не может служить существенным основанием для отказа от исходной интерпретации Шредингера. Остались нерассмотренными только два из перечисленных выше возражений — связанные с расплыванием волнового пакета и с принципом суперпозиции состояний.

3. О волновом пакете и принципе суперпозиции состояний

Описывая развитие теории, предшествующее статистической интерпретации, Гейзенберг описывает проблему волнового пакета [12] следующим образом: «Начальное состояние электрона могло быть представлено в виде волнового пакета. Этот волновой пакет приходил затем в движение, и таким путем мы получали нечто вроде траектории электрона в камере Вильсона. Трудность, однако, заключалась в том, что этот волновой пакет должен был становиться все больше и больше и при достаточной продолжительности движения достигнуть диаметра в один сантиметр или более. Эксперименты говорили явно о другом, так что эту картину тоже пришлось отбросить».

Однако тезис о необходимом расплывании волнового пакета «волн материи», описываемых волновым уравнением, может быть подвергнут сомнению по следующим причинам.

Указывая на только что появившуюся работу Де Бройля о волнах материи, Эйнштейн пишет [16]: «Каким образом материальной частице или системе материальных

частиц можно сопоставить (скалярное) волновое поле — показал Л. Де Бройль в своей работе, заслуживающей всеобщего внимания. Материальной частице с массой m прежде всего сопоставляется частота ν_0 в соответствии с формулой

$$m c^2 = h \nu_0 \quad (35)$$

Допустим теперь, что частица покоится относительно галилеевой системы отсчета K' , в которой пусть происходит всюду синхронный колебательный процесс с частотой ν_0 . Тогда относительно системы отсчета K , в которой система K' движется вместе с массой m со скоростью v , вдоль (положительного направления) оси X , распространяется волна вида

$$\sin \left(2\pi \nu_0 \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) \gg.$$

Отсюда видим, что причиной возникновения этой волны является закон преобразования времени теории относительности в движущейся системе координат. Следовательно, процесс, который носит наименование «волна материи», не является волной в обычном понимании.

Величина, которую мы называем длиной волны Де Бройля λ_b , представляет собой период модуляции фазы синхронного колебательного процесса с частотой Де Бройля, возникающий за счет рассинхронизации времени в объеме распределенной в пространстве движущейся микрочастицы согласно выражениям теории относительности [17]. Это приводит к тому, что при взаимодействии с неподвижным объектом (прибором) распределенная в пространстве частица ведет себя как волна с пространственным периодом λ_b . Также для «волн материи» не имеет физического смысла и другая важная характеристика волнового процесса — фазовая скорость [13][17]. Поэтому применение к «волне материи» выводов, вытекающих из свойств классических волн, в том числе о расплывании волнового пакета, не является априори корректным и должно быть подвергнуто закономерному сомнению.

Пример такого закономерного сомнения находим в работе Де Бройля, где он приводит расчет гипотетического расплывания волнового пакета для электрона, который прилетает на Землю с поверхности Солнца. В результате расчета получается, что при прибытии этот волновой пакет должен иметь длину порядка 50 км, то есть в 50 миллиардов раз длиннее, чем в начале пути, что приводит Де Бройля к следующему выводу: «Этот результат удивителен. ... В реальности длина волнового пакета является измеряемой величиной, которая соответствует возможностям интерференции в данных условиях: она составляет некоторое физическое свойство электрона. Я думаю, что если бы можно было измерить эту физическую величину для электрона, совершившего очень продолжительный полет, то для него, определенно, была бы найдена та же самая величина, порядка микрона, которую он имел в момент своего излучения» [18].

Таким образом, в связи с тем, что «волна материи» фактически не является волной в классическом смысле, обоснование перехода к статистической интерпретации волновой функции представлениями о расплывании волнового пакета представляется необудительным и требующим дополнительных проверок и подтверждений, которых автору не удалось обнаружить в известных ему литературных материалах (а из приведенной выше цитаты следует, что их, очевидно, не удалось обнаружить и Де Бройлю).

По воспоминаниям Гейзенберга [5][12], несомненным лидером и самым активным и авторитетным участником разработки и продвижения статистической интерпретации волновой функции был Нильс Бор. В своей работе «Проблема причинности в атомной физике» Бор указывает на принципиальное значение принципа суперпозиции для статистического и противостоящего ему причинного описания квантовых явлений: *«Подлинный смысл волнового формализма как наиболее удобного средства выражения статистических законов атомной механики был также вскоре полностью прояснен, главным образом, благодаря усилиям Борна, Дирака и Йордана, а полнота и самосогласованность всего формализма с наибольшей ясностью выявилась в элегантном аксиоматическом изложении его фон Нейманом, который, в частности, сделал очевидным, что фундаментальный принцип суперпозиции квантовой механики логически исключает возможность избежать непричинных черт формализма путем любого мыслимого введения дополнительных переменных»* [15].

Принцип суперпозиции был введен в Квантовую Теорию Дирака [19] для описания известных на тот момент опытов с фотонами. Дирак описывает опыт с поляризацией фотонов следующим образом: *«Предполагается, что фотон, поляризованный под углом к оптической оси, можно рассматривать как находящийся частично в состоянии поляризации, параллельной оси, и частично в состоянии поляризации, перпендикулярной оси»*. *«Пропуская фотон через кристалл турмалина, мы подвергаем его наблюдению и устанавливаем, поляризован ли он параллельно или перпендикулярно оптической оси. В результате этого наблюдения мы переводим фотон либо полностью в состояние параллельной поляризации, либо полностью в состояние перпендикулярной поляризации. Он должен сделать внезапный скачок от частичного пребывания в обоих этих состояниях к пребыванию целиком либо в одном, либо в другом из состояний»*.

Но упомянутый выше подход, основанный на вытекающем из специальной теории относительности выводе о нулевом собственном времени жизни фотона, позволяет описать эту ситуацию, не используя принцип суперпозиции и не требуя скачков состояния в момент измерения. Фотон не находится в нескольких возможных состояниях с внезапным скачком в одно из них. Он находится в одном состоянии, определяемом условиями на обоих концах его пути, поскольку промежуток собственного времени между ними $dt = 0$. Фотон возникает в обеих этих точках, в своей системе отсчета, одновременно, так что в промежутке между событиями в этих точках с ним не может произойти никаких других физических событий, в том числе изменения поляризации. В опыте, описываемом Дираком, фотон вылетает из источника и регистрируется детектором в один и тот же момент собственного времени - тот самый, когда созданы условия для его поглощения одним из атомов того или другого детектора. И вылетает именно в той поляризации, которая соответствует этому детектору. Аналогично может быть описана ситуация с описанным Дираком опытом по интерференции фотонов.

В [10][11] показано, что вывод о нулевом собственном времени жизни фотона позволяет объяснить результаты не только опытов, описанных Дираком, но и других проведенных за последние десятилетия экспериментов с фотонами, не поддающиеся удовлетворительной интерпретации с точки зрения ортодоксальной квантовой механики [9]. Эти объяснения также не нуждаются в принципе суперпози-

ции и вытекающем из него понятии о скачке состояния в момент измерения, что ставит под сомнение необходимость принципа суперпозиции для непротиворечивой квантовой теории, а следовательно и сделанный Бором вывод о невозможности избежать *«непричинных черт формализма»*, то есть перехода к статистической интерпретации волновой функции.

4. Заключение

Рассмотренные выше возражения авторов статистической интерпретации волновой функции против исходной интерпретации Шредингера не привели к выявлению ни одного из них, которое на данный момент могло бы быть существенным для обоснования ее неправомерности и необходимости перехода к «непричинной» статистической интерпретации, или не вызывающим обоснованных сомнений.

Это позволяет надеяться, что опиравшееся на эти аргументы убеждение авторов и сторонников статистической интерпретации в абсолютной необходимости отказа от исходной «причинной» интерпретации Шредингера, может оказаться не настолько незыблемым, чтобы исключить возможность пересмотра.

Возврат к «причинной» интерпретации Шредингера никак не повлияет на математический аппарат квантовой теории, который, как мы видели, был разработан еще до появления статистической интерпретации волновой функции. Но было бы непростительной наивностью считать, что отсутствие влияния на математический аппарат делает изменение интерпретации бессмысленным. Потому что оно влияет на задаваемые нами вопросы.

Если вместо бесконечных попыток ответа на вопрос «существует ли мир, когда на него никто не смотрит» [14] мы будем задавать себе новые вопросы о природе колебаний, открытых Де Бройлем, и связанных с ними особенностях пространства и времени, мы сможем рассчитывать на выход из ситуации, в которой *«взгляд назад на историю теоретической физики показывает, что сущность физического прогресса заключается в постепенном освобождении физики от чисто человеческих точек зрения»* [20].

Причем для этого даже не требуется отказ от статистики, которую нельзя отменить ни в какой интерпретации просто потому, что частица в любой из этих интерпретаций может взаимодействовать с любым из многочисленных окружающих ее объектов, с вероятностью, пропорциональной квадрату амплитуды волновой функции. Меняется только ответ на вопрос, почему это происходит:

- в статистической интерпретации – потому что точечная частица случайно, с вероятностью, пропорциональной квадрату амплитуды волновой функции, оказывается в той точке пространства, где находится объект, с которым зафиксировано взаимодействие;

- в «причинной» интерпретации Шредингера – потому что распределенная в пространстве частица может вступить во взаимодействие с любым объектом, находящимся в области ее распределения, с вероятностью, пропорциональной плотности частицы в этой точке, то есть квадрату амплитуды волновой функции.

Важность вопроса определяется не только тем, что статистическая интерпретация связана с отказом от «причинности», против которого решительно возражали Эйнштейн, Шредингер и Де Бройль, но и с тем, что она фактически эквивалентна отказу от дальнейшего поиска путей более полного описания природы: *«в квантовой механике мы*

имеем дело не с произвольным отказом от детального анализа атомных явлений, но с признанием того, что такой анализ п р и н ц и п а л ь н о исключается»[21].

Это свидетельствует о необходимости с особым вниманием прислушаться к словам первооткрывателя «волн материи» Де Бройля: «История науки показывает, что ее прогресс постоянно тормозится тираническим влиянием определенных представлений, а это заканчивалось тем, что они становились догмами. По этой причине следует перио-

дически подвергать углубленному анализу те принципы, которые были приняты без обсуждений. ... сторонники вероятностной интерпретации пытаются, и, похоже, без особого успеха, вводить новые представления, еще более абстрактные и более далекие от классических образов, такие как S-матрица, минимальная длина и т.д. Не отрицая интересность этих попыток, можно задаться вопросом, не стоит ли скорее ориентироваться на возврат к ясности пространственно-временных представлений»[22].

Литература:

1. Альберт Эйнштейн. Элементарные соображения по поводу интерпретации основ квантовой механики. Собрание научных трудов. т. III., М., «Наука». - 1966. с. 617-622 (A. Einstein. Elementare Oberlegungen zur Interpretation der Grundlagen der Quatten-Mechanik. In "Scientific Papers, presented to Max Born", 1953, Edinburgh: Oliver & Boyd, 33-40).
2. Альберт Эйнштейн. Вводные замечания об основных понятиях. Собрание научных трудов. т. III., М., «Наука». - 1966. С. 623-625 (A. Einstein. Einletende Bemerkungen uber Grundbegriffe. In "Louis de Brogile, physicien et penseur", Paris, 1953, p.4-14).
3. Э. Шредингер. Волновая теория механики атомов и молекул. В кн. «Шредингер Э. Избранные труды по квантовой механике. М., «Наука», 1976 г., сс. 183-203» (E. Schrödinger. Phys.Rev., 1926, 28, 1049).
4. Max Born. The statistical interpretation of quantum mechanics. Nobel Lecture, December 11, 1954. http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1954/born-lecture.pdf
5. Гейзенберг В. Физика и философия. Часть и целое: М.: «Наука», 1989, 400 с. (Werner Heisenberg. Physik und Philosophie. Frankfurt am Main, 1959).
6. Нильс Бор. Сольвеевские конгрессы и развитие квантовой физики // УФН, Том 91, вып. 4, апрель 1967 г. с. 737-753 (Niels Bohr, The Solvay Meetings and the Development of Quantum Physics // La Theorie Quantique des Champs, Interscience Publishers, New York, 1962).
7. Шредингер Э. Избранные труды по квантовой механике. М., «Наука», 1976 г., сс. 336-337.
8. A. Aspect. Теорема Белла: Наивный взгляд экспериментатора. (Bell's theorem: the naive view of an experimentalist // Springer. – 2002) http://ru.wikipedia.org/wiki/Теорема_Белла.
9. Дж. Гринштейн, А. Зайонц. Квантовый вызов. Современные исследования оснований квантовой механики. Пер. с англ. Долгопрудный: Издательский дом «Интеллект», 2008. – 400 с. (George Greenstein, Arthur G. Zajonc (Amherst College). The Quantum Challenge. Modern Research on the Foundations of Quantum Mechanics. Jones and Bartlett Publishers. 2006).
10. Kudriavtcev Iu. The Quantum Challenge from the viewpoint of Einstein's realism // "Eurasian Scientific Association" • № 5 (17) • May 2016. – Pp 1-4. <http://esa-conference.ru/wp-content/uploads/2016/06/esa-may-2016-part1.pdf>
11. Kudriavtcev Iu. Paradoxes of Quantum theory in light of the theory of Relativity // "Eurasian Scientific Association" • № 7 (19) • July 2016. Pp. 1-3. <http://esa-conference.ru/wp-content/uploads/2016/08/esa-july-2016-part1.pdf>
12. В. Гейзенберг. Шаги за горизонт. М: «Прогресс». – 1987., 368 с.
13. М. Борн. Атомная физика. М. – «Мир», 1970, 496 с. (Atomic Physics by Max Born. Blackie and son limited, London-Glasgow., 1963).
14. Наука. Величайшие теории: выпуск 3: Существует ли мир, если на него никто не смотрит? Гейзенберг. Принцип неопределенности. / Пер. с исп. – М.: Де Агостини, 2015. – 176 с.
15. Н. Бор. Проблема причинности в атомной физике // УФН, Том 147, вып. 2, октябрь 1985 г. с. 343-360 (Bohr N. The Casuality Problem in Atomic Physics. – In: New Theories in Physics. – Paris, 1939. – pp. 11-30).
16. Альберт Эйнштейн. Квантовая механика и действительность. Собрание научных трудов. т. III., М., «Наука». - 1966. с. 489-502 (A. Einstein. Quantentheorie des einatomen idealen Gases. Zweite Abhandlung. Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., Phys.-math. K1., 1925, 3-14).
17. Iurii Kudriavtcev. Once again about Einsteins realism: the matter waves and Bells inequalities from the point of view of the special theory of relativity. <http://arxiv.org/abs/1504.07938>
18. Луи де Бройль. Реинтерпретация волновой механики. В кн. Избранные научные труды. – Т.4. М.: «ПРИНТ-АТЕЛЬЕ», 2014 - с.171. (La réinterprétation de la mécanique ondulatoire. 1^{te} partie: Principes généraux (Gauthier-Villars, Paris, 1971)).
19. Дирак П.А.М. Собрание научных трудов. Т.1 Квантовая теория (монографии, лекции) – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. с.17-31.
20. А. Гааз. Волны материи и квантовая механика. Пер. с нем. Изд. 4-е. Москва. Книжный дом «ЛИБРОКОМ». 2010. - 168 с. (Arthur Haas. Materiewellen und quantenmechanik).
21. Нильс Бор. Дискуссии с Эйнштейном о проблемах теории познания в атомной физике. УФН. Т.66, вып.4, 1958 г. (Niels Bohr, Discussion with Einstein on epistemological problems in atomic physics. The Library of Living Philosophers, Albert Einstein Philosopher — Scientist, стр 201 (1949).
22. Луи де Бройль. Останется ли квантовая физика индетерминистской. Доклад, сделанный в Центре Синтеза 31 октября 1952 г. В кн. Избранные научные труды. – Т.4. М.: «ПРИНТ-АТЕЛЬЕ», 2014 - с. 239-255.