ЕВРАЗИЙСКОЕ НАУЧНОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ
EURASIAN SCIENTIFIC ASSOCIATION
www.esa-conference.ru

Математические модели движения ледокола в сложных ледовых условиях

Калинина Надежда Викторовна, кандидат технических наук, доцент
Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева
(г. Нижний Новгород)

Описана математическая модель определения скорости неустановившегося движения ледокола в торосистых ледяных полях, которая может служить основой для полуэмпирических моделей с привлечением данных натурных и модельных экспериментов.

Ключевые слова: *ходкость ледокола, математическая модель скорости, неустановившееся движение ледокола, торосистые ледяные поля.*

DOI: 10.5281/zenodo.3363944

При прокладке канала в условиях продленной навигации ледоколы часто встречаются с нестационарными условиями движения. Таким может быть движение на торосистых участках акватории. Если методики оценки ходкости в ровных сплошных льдах существуют [1], то прогнозирование ходкости ледоколов во льдах, отличающихся торосистостью, является актуальной на сегодняшний день.

Целью данной работы является описание тактики движения судов в сложных ледовых условиях, а именно при движении в грядах торосов, и получение математических зависимостей параметров движения.

Движение ледокола в торосистых льдах непрерывным ходом не является установившимся. Оно состоит из отдельных этапов: торможения при встрече с грядой торосов либо до полной остановки, либо до минимальной скорости; разгона при встрече с ровным сплошным льдом и достижения скорости установившегося движения. Эта работа повторяется циклически и в идеализированных ледовых условиях при непрерывном движении без заклинивания и остановок может быть описана следующим образом.

Ледокол движется в сплошном ледяном покрове постоянной толщины h, покрытом снегом толщиной $h_с$, непрерывным ходом курсом перпендикулярным к грядам торосов высотой $h_т$ и шириной $b_т$. При этом ледокол попеременно преодолевает меньшее сопротивление ровного сплошного льда и большее сопротивление при прохождении торосов. Расстояние между грядами торосов b.

Очевидно, что при безостановочном движении скорость ледокола будет колебаться, возрастая в ровном льду и уменьшаясь в торосе. Поэтому среднюю скорость движения ледокола – скорость прокладки трассы, как основной показатель ходкости, за один цикл можно рассчитать по формуле

$$v = \frac{b + b_т}{t + t_т}, \qquad (1)$$

где t и $t_т$ – время движения в ровном льду и торосе за один цикл.

Для определения этой скорости движение ледокола было описано дифференциальными уравнениями [2]. При этом полагалось, что при движении ледокола его посадка меняется незначительно и продольной качкой можно пренебречь. В результате решения дифференциальных уравнений [2] с учетом начальных условий получены параметры ускоренного и замедленного движения ледокола: время t, путь x, скорость $\dot{x}$ и ускорение $\ddot{x}$.

Параметры движения в ровном льду:

$$t = \frac{1}{\sqrt{A_1 B_1}} \operatorname{Arth} \sqrt{\frac{B_1 - C_1 e^{(-2A_1 x)}}{B_1}} + C_2; \; (3)$$

$$x(t) = -\frac{1}{2A_1} \ln\left[\frac{B_1}{C_1}\left\{1 - \operatorname{th}^2\left((t - C_2)\sqrt{A_1 B_1}\right)\right\}\right]; \; (4)$$

$$\dot{x} = \sqrt{\frac{B_1}{A_1}} \operatorname{th}\left((t - C_2)\sqrt{A_1 B_1}\right); \quad \ddot{x} = \frac{B_1}{\operatorname{ch}^2\left((t - C_2)\sqrt{A_1 B_1}\right)}, \; (5)$$

где $C_1 = B_1 - v_{пх0}^2 A_1$; $\quad C_2 = -\frac{1}{\sqrt{A_1 B_1}} \operatorname{Arth} \sqrt{\frac{v_{пх0}^2 A_1}{B_1}}$; $\quad A_1 = \frac{1.4 Pш_{пх} + k_3 v_0^2}{(1 + k'_{11}) D v_0^2}$, $\quad B_1 = \frac{Pш_{пх} - k_4}{(1 + k'_{11}) D}$;

ЕВРАЗИЙСКОЕ НАУЧНОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ EURASIAN SCIENTIFIC ASSOCIATION
www.esa-conference.ru

$$k_3 = k_{ov}\rho_л hB\left[c_и\left(\Phi_и + f\Phi_{ит}\right) + \frac{c_г\rho\Omega_л}{\rho_л Bh}\left(\Phi_г + f\Phi_{гт}\right)\right];$$

$$k_4 = k_р\frac{h^4}{d\alpha}\left[\left(1+f\gamma_{лтф}\right) + k_{сф}\gamma_{сф}\frac{d\alpha^2}{h}\sqrt{\frac{\operatorname{tg}\varphi_{2ф}}{1+\operatorname{tg}^2\varphi_{2ф}}} + 0.66\left(1+f\Phi_{лт}\right)B\alpha + \frac{k_{сб}\Phi_с d\alpha^3 B}{h}\right] +$$

$$+ k_{ост}\left(\rho-\rho_л\right)gh\Omega_л\left(\Phi_п + f\Phi_{пт}\right) + k_с gh_с\Omega_л\left(\Phi_п + f\Phi_{пт}\right);$$

k'_{11} - коэффициент присоединенных масс воды и льда; B – ширина ледокола; D - водоизмещение; $P_{шпх}$ - тяга ледокола на швартовых на переднем ходу; v_o - скорость движения на чистой воде при заданной мощности; $v_{пх0}$ - скорость движения в момент времени равный нулю; $\Omega_л$ - площадь подводной части корпуса, облегаемая льдом; $k\_{тм} = 1.5\cdot10^{-3}$ кПа$^{-1}$; $k_{с6} = 0.5\cdot10^{-3}$ кПа$^{-1}$; $k_с = 0.3\,т/м^3$; $\alpha = \sqrt[4]{(\rho g)/d}$ -параметр изгиба пластины на упругом основании; f – коэффициент трения льда о корпус судна; g – ускорение свободного падения; ρ, $\rho_л$, $\rho_{сн}$ – плотность воды, льда и снега, т/м^3;

$d = \dfrac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ - цилиндрическая жесткость ледяной пластины; E, μ - модуль упругости и коэффициент Пуассона льда; $c_г$ - коэффициент гидродинамического сопротивления при раздвигании льдин; $c_и$ - безразмерный коэффициент, учитывающий присоединенные массы воды в составе импульсного сопротивления льдин;

k_{ov}=3,71, $k_р$=2,45·10^6 кПа, $k_{ост}$=1,77 - эмпирические коэффициенты, компенсирующие неточности теоретической модели сопротивления, которые определяются с учетом натурных данных по ледопроходимости речных ледоколов в ровных и торосистых льдах; $\gamma_{лт\,ф}$, $\gamma_{сф}$, Φ_i, Φ_j, Φ_k - функции [3], характеризующие форму корпуса ледокола с точки зрения ледовой ходкости, полученные из пространственного рассмотрения взаимодействия корпуса со льдом и проецирования распределенных нагрузок ото льда на направление движения судна. В общем виде они могут быть представлены в виде:

$$\gamma_{лт\,ф} = \sqrt{\frac{1}{n_{xф}^2} + \frac{1}{n_{zф}^2}};\quad \gamma_{сф} = \sqrt{\frac{1}{n_{zф}^2} - 1};$$

$$\Phi_i = \frac{2}{B}\int_0^{B/2} f_i(n_x,n_z)\,dy;\quad \Phi_j = \frac{2}{B}\int_{L_{ВЛ}} f_i(n_x,n_z)\,dL_{ВЛ};\quad \Phi_k = \frac{2}{B}\int_{\Omega_л} f_i(n_x,n_z)\,d\Omega_л;$$

n_x, n_z - направляющие косинусы внешней нормали являются функциями координат судовой поверхности и выражаются через тангенсы углов наклона батоксов, ватерлиний и шпангоутов к главным плоскостям проекции; $n_{xф}$, $n_{zф}$ - направляющие косинусы на форштевне.

Форма судовой поверхности задается теоретическим чертежом. Вычисление Φ_i, Φ_j, Φ_k подразумевает численное интегрирование. Для некоторых форм корпусов они определены [3].

Параметры движения в гряде торосов:

$$t_т = -\frac{1}{\sqrt{A_2B_2}}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{C_3 e^{(-2A_2x_т)} - B_2}{B_2}} + C_4;\ (6)$$

$$x(t)_т = -\frac{1}{2A_2}\ln\left[\frac{B_2}{C_3}\left\{1+\operatorname{tg}^2\left((C_4-t_т)\sqrt{A_2B_2}\right)\right\}\right];\ (7)$$

$$\dot{x}_т = \sqrt{\frac{B_2}{A_2}}\operatorname{tg}\left((C_4-t_т)\sqrt{A_2B_2}\right);\quad \ddot{x}_т = -\frac{B_2}{\cos^2\left((C_4-t_т)\sqrt{A_2B_2}\right)},\ (8)$$

$$C_3 = B_2 + v_р^2A_2;\quad C_4 = \frac{1}{\sqrt{A_2B_2}}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{v_р^2A_2}{B_2}};\quad A_2 = \frac{1.4P_{шпх} + k_{3т}v_0^2}{(1+k'_{11})Dv_0^2};\quad B_2 = \frac{P_{шпх} - k_{4т}}{(1+k'_{11})D};$$

$$k_{3т} = k_{ov}\rho_т h_т B\left[c_и\left(\Phi_и + f\Phi_{ит}\right) + \frac{c_г\rho\Omega_л}{\rho_т Bh_т}\left(\Phi_г + f\Phi_{гт}\right)\right];$$

$$k_{4т} = k_р\frac{h_т^4}{d\alpha}\left[\left(1+f\gamma_{лтф}\right) + k_{сф}\gamma_{сф}\frac{d\alpha^2}{h_т}\sqrt{\frac{\operatorname{tg}\varphi_{2ф}}{1+\operatorname{tg}^2\varphi_{2ф}}} + 0.66\left(1+f\Phi_{лт}\right)B\alpha + \frac{k_{сб}\Phi_с d\alpha^3 B}{h_т}\right] +$$

$$+ k_{ост}\left(\rho-\rho_т\right)gh_т\Omega_л\left(\Phi_п + f\Phi_{пт}\right) + k_с gh_с\Omega_л\left(\Phi_п + f\Phi_{пт}\right);$$

$v_р$ - скорость ледокола, приобретенная в процессе разгона.

Воспользовавшись решениями дифференциальных уравнений, можно определить параметры t, $t_т$, $b=x(t)$, $b_т=x(t_т)$ и соответственно среднюю скорость движения на участках акватории с торосистыми образованиями, спрогнозировать время прибытия в пункт назначения.

Практика эксплуатации и натурные испытания судов показывают [4], что в тяжелых льдах в суровые зимы торосы достигают размеров, которые ледокол не способен преодолеть непрерывным ходом.

Если торосистые образования окажутся непреодолимыми непрерывным ходом, то ледокол будет прибегать к работе набегами. В этом случае для прогнозирования ходкости можно воспользоваться разработанной математической моделью для определения средней скорости движения набегами [5, 6]. В зависимости от характеристик торосистой гряды (ширины $b_т$, приведенной толщины $h_т$) можно определить за сколько набегов будет преодолена гряда торосов. Параметры ходкости тогда можно определить следующим образом:

- количество циклов n для преодоления гряды шириной $b_т$:

$$n = \frac{b_т}{l_{пр}};$$

- средняя скорость движения

$$v_т = \frac{b_т}{n(t_{от} + t_{зп} + t_р + t_{пр} + t_{пз} + t_{оз})} = \frac{n l_{пр}}{\sum t}, \quad (9)$$

где $l_{пр}$- путь продвижения в сплошном льду за цикл; $t_{от}$- время отхода назад ледокола за цикл; $t_{зп}$- время реверса ЭУ (энергетической установки) с заднего хода на передний; $t_р$- время разбега за цикл; $t_{пр}$- время продвижения в сплошном льду за цикл; $t_{пз}$- время реверса ЭУ с переднего хода на задний за цикл; $t_{оз}$- время освобождения от заклинивания за цикл; $\sum t$ - суммарное время, затраченное на преодоление торосистого участка за n циклов.

Параметры движения ледокола набегами за цикл определяются на основе решений дифференциальных уравнений [3, 6].

Время отхода до момента реверса $t_{от}$ и время разбега $t_р$:

$$t_{от} = \frac{1}{\sqrt{A_3 B_3}} \operatorname{Arth} \sqrt{1 - e^{-2A_3 l_{от}}}; \quad t_р = \frac{1}{\sqrt{A_4 B_4}} \operatorname{Arth} \sqrt{1 - e^{-2A_4 l_р}},$$

$$A_3 = \frac{1.4P_{шзх} + k_{1зх} v_0^2}{(1 + k_{11}^{'}) D v_0^2}, \quad B_3 = \frac{P_{шзх} - k_{2зх}}{(1 + k_{11}^{'}) D}, \quad A_4 = \frac{1.4P_{шпх} + k_{1пх} v_0^2}{(1 + k_{11}^{'}) D v_0^2}, \quad B_4 = \frac{P_{шпх} - k_{2пх}}{(1 + k_{11}^{'}) D},$$

$$k_1 = k_{ид}\left[c_и \rho_л h \frac{B}{2}(\Phi_и + f\Phi и т) + c_г \rho h \frac{B}{2}(\Phi_г^{'} + f\Phi_{гт}^{'})\right], \quad k_2 = k_п(\rho - \rho_л) g h \frac{0{,}312}{\alpha} B(\Phi_п^{'} + f\Phi_{пт}^{'}) \cdot$$

Скорость разбега в момент контакта с ледяным покровом:

$$v_р = \sqrt{\frac{B_4}{A_4}} \operatorname{th}\left(t_р \sqrt{A_4 B_4}\right).$$

Время продвижения ледокола в сплошном льду определяется из условия его остановки:

$$t_п = \frac{1}{\sqrt{A_5 B_5}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{A_5 v_р^2}{B_5}}; \quad A_5 = \frac{1.4Pш_{пх} + k_{3т} v_0^2}{(1 + k_{11}^{'}) D v_0^2}; \quad B_5 = -\frac{Pш_{пх} - k_{4т}}{(1 + k_{11}^{'}) D}.$$

Путь продвижения во льду равен:

$$l_п = -\frac{1}{2A_5} \ln\left[\frac{B_5}{B_5 + A_5 v_р^2}\right].$$

Полученные величины $l_п$, $t_п$, $t_{от}$, $t_р$ вместе с заданным временем реверса энергетической установки $t_{рев}=t_{пз}+t_{зп}$ и временем освобождения от заклинивания $t_{оз}$ определяют среднюю скорость движения набегами по формуле (9).

Математические модели позволяют теоретически описать движение ледокола в торосистом льду и служат основой для полуэмпирических моделей с привлечением данных натурных и модельных экспериментов, а также позволяют прогнозировать ходкость ледокола при движении в сложной ледовой обстановке.

Литература:

1.Ионов Б.П., Грамузов Е.М. Ледовая ходкость судов: Монография.– СПб.: Судостроение, 2001.– 512 с.

2.Грамузов Е.М., Калинина Н.В. Теоретическая модель движения ледокола в торосистых льдах // IV Международный балтийский морской форум. IV Международная научная конференция «Морская техника и технологии. Безопасность морской индустрии»: тезисы докладов. Часть 1. – Калининград: Изд-во БГАРФ, 2016. С.73-77.

ЕВРАЗИЙСКОЕ НАУЧНОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ EURASIAN SCIENTIFIC ASSOCIATION
www.esa-conference.ru
3.Грамузов Е.М., Калинина Н.В. Теоретико-экспериментальная модель движения речных ледоколов в тяжелых льдах // Физические технологии в машиноведении: Сб. науч. тр. / Интелсервис.- Н. Новгород, 2000.- Вып. 2.- С.170-180.

4.Костылев А.И., Сазонов К.Е., Тимофеев О.Я., Егиазаров Г.Е., Соловьев А.С., Егоров Д.Н., Штрамбрант В.И. Ледовые натурные испытания ледокола «Владивосток». // Судостроение, № 6 (829), 2016. С. 9-12.

5.Зуев В.А., Грамузов Е.М., Калинина Н.В. Ходкость речных ледоколов в тяжелых льдах // Вторая международная конференция по судостроению - ISC'98, 24-26 ноября 1998 г., Санкт - Петербург, Россия. С.65-74.

6.Калинина Н.В. Использование математических моделей движения судов в тяжелых льдах при выборе тактики маневрирования // Всероссийская научно-техническая конференция «Современные технологии в кораблестроительном и авиационном образовании, науке и производстве», 17-20 ноября 2009 г., Н.Новгород, 2009. С.207 - 215.