www.esa-conference.ru

УДК 517.94

Общий интеграл нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения со случайными параметрами

Гурьянов Анатолий Евсеевич, канд. физ.-мат. н., доцент
Санкт-Петербургский государственный университет

Аннотация. *Рассматривается пример общего интеграла нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения со случайными параметрами (величинами).*

Ключевые слова: *Общий интеграл, непрерывно-дифференцируемый случайный процесс.*

Annotation. *An example of common integral of nonlinear ordinary differential equation with random parameters (variables) is considered.*

Keywords: *Common integral, continuously differentiable stochastic process.*

Рассмотрим следующее уравнение [1, с. 67, упр. 297]

$$\frac{dy}{dX} = \frac{2X}{X^2 \cos y + □ \sin(2y)}, \qquad (1)$$

где x есть вещественная переменная, и □ есть непрерывная неотрицательная случайная величина.

Уравнение (1) с детерминированной (неслучайной числовой величиной) □ имеет общий интеграл [1, с. 288, упр. 297]

$$x^2 = C\,□^{\sin y} - 2\,□\,(\sin(y) + 1) \qquad (2)$$

Перейдём к случайным параметрам (величинам).

Итак, если C есть непрерывная положительная случайная величина, и если с вероятностью 1 выполняется следующее неравенство

$$C > 2□, \qquad (3)$$

то уравнение (1) имеет с вероятностью 1 непрерывно-дифференцируемый случайный процесс при $y □ (-\infty, \infty)$

$$x(y) = \sqrt{C\,□^{\sin y} - 2\,□\,(\sin(y) + 1)}, \qquad (4)$$

$$x(y) = -\sqrt{C\,□^{\sin y} - 2\,□\,(\sin(y) + 1)} \qquad (5)$$

Этот процесс (4), (5) является решением перевернутого уравнения (1)

$\frac{dX}{dy} = \frac{X^2 \cos y + □ \sin(2y)}{2X}$ при $y □ (-\infty, \infty)$.

При приведённых выше условиях уравнение (1) не имеет непрерывно-дифференцируемого решения в том смысле, что на любом отрезке $[x_0, x_1]$ при $x_1 > x_0$ не существует решения уравнения (1), (как непрерывно-дифференцируемого (абсолютно непрерывного) случайного процесса аргумента $x \in [x_0, x_1]$) реализации которого являются с вероятностью 1 непрерывно-дифференцируемыми (абсолютно непрерывными) функциями аргумента $x \in [x_0, x_1]$, удовлетворяющими уравнению (1).

Литература:

1. Матвеев Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Мн.: Выш. шк., 1987. – 319 с.