

Исследование возможности решения задачи античной математики квадратура круга

Дениченко Сергей Николаевич, независимый исследователь;
Дениченко Любовь Васильевна, независимый исследователь
Новосибирская область

В данном исследовании показана возможность построение круга, равновеликого по площади квадрату, т. е. решена «кругатура квадрата», что дало возможность решить «квадратуру круга» с точностью на восемь знаков общепринятого числа π , и выразить длину окружности прямым отрезком.

Ключевые слова: кругатура квадрата, квадратуру круга, число π .

Часть I

«Около круга произвольного радиуса OR (рис.1), опишем правильную восьмиконечную звезду Q . Звезда Q в

(рис.1) не выделена, но графически присутствует, и образована из двух равных квадратов, один из которых квадрат $ABCD$.

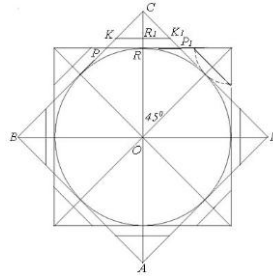


Рис.1. Равновеликость квадрата и шестерёнки

Каждая сторона одного квадрата отсекает от каждой прямоугольной вершины, другого квадрата по треугольнику, один из которых, треугольник PCP_1 . Отсюда:

$$S_Q = S_{ABCD} + 4S_{PCP_1}$$

Радиусом CR из каждой прямоугольной вершины фигуры Q опишем дуги на её стороны, а точки пересечения сторон и дуг соединим прямыми. В треугольнике PCP_1 такой прямой будет KK_1 . Пересекаясь с диагональю квадрата, прямая KK_1 образует точку R_1 . В фигуре Q каждый выступающий прямоугольный треугольник, равный тре-

угольник PCP_1 , будет делиться на две равновеликие фигуры, треугольник и трапецию, какими являются треугольник KCK_1 и трапеция PKK_1P_1 . Если удалить в фигуре Q все восемь одинаковых треугольников, один из которых треугольник KCK_1 , то получим фигуру T – «шестерёнку» с выступающими трапециями, по площади равной площади квадрата $ABCD$. Фигура T в (рис.1) не выделена, но графически присутствует. Выразим это через формулу:

$$S_T = S_Q - 8S_{KCK_1} = (S_{ABCD} + 4S_{PCP_1}) - 8 \times \frac{1}{2} S_{PCP_1} = S_{ABCD}$$

Часть II

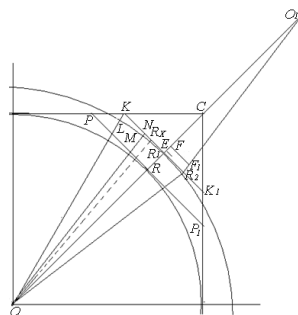


Рис.2. Кругатура квадрата

На (рис.2), который представляет фрагмент (рис.1), центр O

соединим с точкой K . Получим треугольник OKR , в нём проведём медиану ON . Радиусом OR , проведём дугу, которая отсекает от медианы ON отрезок MN , а от гипотенузы OK , отрезок LK .

Приводим расчёт полученных отрезков:

$$OR = 1 \text{ (произвольный радиус, принимаем за 1)}$$

$$OC = OR \times \sqrt{2} = 1 \times 1,4142135...$$

$$RC = OC - OR = 1,4142135... - 1 = 0,4142135...$$

$$KK_1 = RC \times \sqrt{2} = 0,4142135... \times 1,4142135... = 0,5857863...$$

$$RR_1 = RC - (KK_1/2) = 0,4142135... - 0,2928931... = 0,1213204...$$

$$OR_1 = OR + RR_1 = 1 + 0,1213204... = 1,1213204...$$

$$OK = \sqrt{OR_1^2 + \frac{1}{2}KK_1^2}$$

$$= \sqrt{1,1213204...^2 + 0,2928931...^2}$$

$$= 1,1589416...$$

$$LK = OK - OR_1 = 1,1589416... - 1,1213204... = 0,0376212...$$

$$ON = \sqrt{OR_1^2 + \frac{1}{4}KK_1^2} =$$

$$\sqrt{1,1213204^2 + 0,1464465^2} = 1,130843...$$

$$MN = ON - OR_1 = 1,130843... - 1,1213204... = 0,0095226...$$

Радиус круга, равновеликого квадрату $ABCD$, примем условно за OR_x . Находим его арифметическую величину из равенства площадей условного круга с радиусом OR_x и квадрата $ABCD$.

$$\begin{aligned} S &= \pi \times OR_x^2 = (2OR_x)^2; \\ S &= 3,1415926... \times OR_x^2 = 4; \\ OR_x &= 1,1283791... \text{ (при } S=4). \end{aligned}$$

Условную точку R_x расположим произвольно на отрезке KK_1 и соединим её пунктирной прямой с центром O . Получим условный прямоугольный треугольник OR_xR_x . Арифметическую величину условного катета R_xR_x получим из решения:

$$\begin{aligned} R_xR_x^2 &= OR_x^2 - OR_x^2 = 1,1283791...^2 - 1,1213204...^2 = \\ &= 0,1260164...^2 \end{aligned}$$

Эту же величину мы получим из пропорции составленной из величин отрезков, ранее полученных геометрически:

$$\frac{(OR + MN) - LK}{OR + MN} = \frac{RR_1}{R_1R_x}$$

$$R_x = \frac{(OR + MN)R_1 \times RR_1}{(OR + MN) - LK} = 0,1260164 ...$$

Арифметическую величину R_xR_x выразим отрезком. Для этого, отрезки MN и LK перенесём на диагональ OC радиусами ON и OK . Отрезок MN отложится от точки R_1 до точки E , а отрезок LK от точки R_1 до точки F . Отрезок OR положим на продолжение

диагонали OC так, чтобы началом отрезка OR была точка E , а концом, точка O_1 . Из точки F построим перпендикуляр к OO_1 , на котором отложим величину отрезка RR_1 , от точки F до точки F_1 . Через точки O_1 и F_1 проведём прямую до пересечения с прямой KK_1 . Получим точку R_2 . Таким образом, условная величина R_xR_x выразилась геометрическим отрезком R_1R_2 . Полученную точку R_2 соединим прямой, с центром O . Получим радиус OR_2 круга равновеликого по S , квадрату $ABCD$.

$$\begin{aligned} OR_2^2 &= OR_x^2 + R_xR_x^2 = 1,1213204...^2 + 0,1260164...^2 = \\ &= 1,1283791...^2 \end{aligned}$$

Часть III

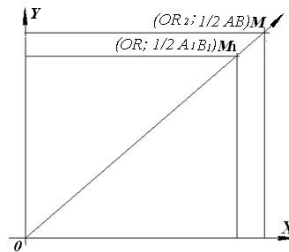


Рис.3. Квадратура круга

Примем квадрат равновеликий по площади кругу с радиусом OR за условный квадрат $A_xB_xC_xD_x$ и составим пропорцию:

$$\frac{OR}{OR_2} = \frac{\frac{1}{2}A_xB_x}{\frac{1}{2}AB}$$

Решим пропорцию, геометрически чтобы выразить условную величину $S A_xB_x$ геометрическим отрезком, (рис. 3).

Левую часть пропорции положим на ось абсцисс, правую, на ось ординат. Точки $M(OR_2; S AB)$ и O дают луч, на котором абсциссой OR отразится новая точка M_1 , проекция

которой на ось ординат, геометрически отразит S стороны искомого квадрата $A_1B_1C_1D_1$, равновеликого по площади, кругу с радиусом OR

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}A_1B_1 &= \frac{OR \times \frac{1}{2}AB}{OR_2} \\ \frac{1}{2}A_1B_1 &= \frac{1}{1,1283791...} = 0,8862269 ... \\ A_1B_1 &= 0,8862269 ... \times 2 = 1,7724538 ... \end{aligned}$$

Часть IV

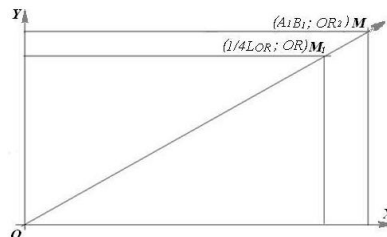


Рис.4. Длина окружности

Нахождение стороны квадрата $A_1B_1C_1D_1$ даёт возможность выразить L_{OR} — длину окружности, круга радиуса OR , отрезком. Составим пропорцию:

$$\frac{1/4 L_{OR}}{A_1B_1} = \frac{OR}{OR_2}$$

Пропорцию решим через систему координат (рис.4). Левую часть пропорции, положим на ось абсцисс, правую, на ось ординат.

Точки $M(A_1B_1; OR_2)$ и O дают луч, на котором ординатой OR образуется новая точка M_1 , проекция которой на ось абсцисс, геометрически отразит прямым отрезком L_{OR}

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}L_{OR} &= \frac{OR \times A_1B_1}{OR_2} \\ \frac{1}{4}L_{OR} &= \frac{1,7724538 ...}{1,1283791...} = 1,5707963 ... \\ \frac{1}{2}L_{OR} &= 1,5707963... \times 2 = 3,1415926... \end{aligned}$$

$$L_{OR} = 1,5707963... \times 4 = 6,2831852...$$

В свою очередь, j длины окружности круга, радиуса OR_2 , тоже выражена прямым отрезком A_1B_1 , что видно на (рис.4), - точка M

Если расчёт задачи вести на большее количество знаков, то результат величины стороны квадрата будет равен $1,7724538968686925718887244115238...$, площадь квадрата при этом равна $3,1415928165250138836954861078059...$ [1, с. 97 – 100]

$$2 \div \sqrt{\frac{11 - 6\sqrt{2}}{2} + \frac{\frac{1423 - 1006\sqrt{2}}{16} + \frac{577 - 408\sqrt{2}}{4} - \frac{99\sqrt{2} - 140}{2} \times \sqrt{\frac{47 - 26\sqrt{2}}{8}}}{\frac{111 - 58\sqrt{2}}{8} + 2 \times \left(\sqrt{\frac{47 - 26\sqrt{2}}{8}}\right) - 2 \times \left(\sqrt{7 - 4\sqrt{2}} \times \sqrt{\frac{47 - 26\sqrt{2}}{8}}\right) - 2 \times \left(\sqrt{7 - 4\sqrt{2}}\right)} = 1,77245389686869257188872441152538 ...$$

$$\pi = 4 \times \downarrow$$

$$2 \div \sqrt{\frac{11 - 6\sqrt{2}}{2} + \frac{\frac{1423 - 1006\sqrt{2}}{16} + \frac{577 - 408\sqrt{2}}{4} - \frac{99\sqrt{2} - 140}{2} \times \sqrt{\frac{47 - 26\sqrt{2}}{8}}}{\frac{111 - 58\sqrt{2}}{8} + 2 \times \left(\sqrt{\frac{47 - 26\sqrt{2}}{8}}\right) - 2 \times \left(\sqrt{7 - 4\sqrt{2}} \times \sqrt{\frac{47 - 26\sqrt{2}}{8}}\right) - 2 \times \left(\sqrt{7 - 4\sqrt{2}}\right)} \times \sqrt{\frac{11 - 6\sqrt{2}}{2} + \frac{\frac{1423 - 1006\sqrt{2}}{16} + \frac{577 - 408\sqrt{2}}{4} - \frac{99\sqrt{2} - 140}{2} \times \sqrt{\frac{47 - 26\sqrt{2}}{8}}}{\frac{111 - 58\sqrt{2}}{8} + 2 \times \left(\sqrt{\frac{47 - 26\sqrt{2}}{8}}\right) - 2 \times \left(\sqrt{7 - 4\sqrt{2}} \times \sqrt{\frac{47 - 26\sqrt{2}}{8}}\right) - 2 \times \left(\sqrt{7 - 4\sqrt{2}}\right)} = 3,1415928165250138836954861078045 ... [2, с. 81]$$

Вывод

Выбранный подход к решению задачи античной математики, позволил, кроме основной цели, решения «Квадратуры круга», выйти на решение «Кругатуры квадрата», «Выражение длины окружности прямым отрезком». Также, интересен факт, что длина окружности, круга OR_2 , получилась равной периметру квадрата $A_1B_1C_1D_1$, произвольно, - без специальных на то построений. Длина полученных при геометрических построениях отрезков, совпадает на восемь знаков с числом π . Геометрические построения, позволили вывести формулы для чисел $\sqrt{\pi}$ и π . Формулы данных чисел конечны, а иррациональность чисел $\sqrt{\pi}$ и π определяет число $\sqrt{2}$, на котором зиждется геометрическое построение Квадратуры круга.

Литература:

1. Дениченко С.Н., Дениченко Л.В. Исследование возможности решения задачи античной математики Квадратура круга от обратного. (с. 97 – 100). // Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов № 12 декабрь, 2011, — Курск: 2011, — 114 с. ISSN: 1991- 3087.
2. Дениченко С.Н., Задача Квадратура круга. Два взгляда на проблему. (с.79 - 84) // Saarbrücken: «LAP LAMBERT Academic Publishing», 2012. — 96 с. ISBN: 978-3- 659 - 27696 – 5.

Часть V

«Представленное решение, позволяет вывести формулы для π и $\sqrt{\pi}$.

Для этого, необходимо, произвести расчет отрезков вышеприведенного решение, в простых дробях. В результате математических манипуляций, придём к следующим формулам:

$$\sqrt{\pi} = \downarrow$$

Уместен вопрос: - «Автор утверждает, что данное решение позволяет решить «квадратуру круга» с точностью на восемь знаков общепринятого числа π , но в результате указано число, которое совпадает с числом Лудольфа, на семь знаков?».

Автор отвечает: - «Условием решения, указывается найти сторону квадрата, равновеликого по площади произвольной окружности. А в этом случае результат, совпадает на восемь знаков: $1,7724538968686925718887244115238...$

Много это, или мало? Для наглядности, возьмем радиус равным 1 км. Тогда сторона найденного квадрата, будет составлять: 1 км, 772 м, 4 дм, 5 см, 3 мм, 0,8 мм, 0,09 мм, против квадратного корня из числа Лудольфа: $1,7724538509055160272981674833411...$, - 1 км, 772 м, 4 дм, 5 см, 3 мм, 0,8 мм, 0,05 мм».